

Color Space Rectification

SEBASTIAN MAYER

DIPLOMARBEIT

eingereicht am
Fachhochschul-Masterstudiengang

INTERACTIVE MEDIA

in Hagenberg

im September 2011

© Copyright 2011 Sebastian Mayer

Diese Arbeit wird unter den Bedingungen der *Creative Commons Lizenz Namensnennung–NichtKommerziell–KeineBearbeitung Österreich* (CC BY-NC-ND) veröffentlicht – siehe <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/at/>.

Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die aus anderen Quellen entnommenen Stellen als solche gekennzeichnet habe.

Hagenberg, am 23. September 2011

Sebastian Mayer

Inhaltsverzeichnis

Erklärung	iii
Vorwort	vi
Kurzfassung	vii
Abstract	viii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Aufbau der Arbeit	2
1.3 Zielsetzung	2
2 Stand der Technik	3
2.1 Farbräume	3
2.1.1 CIE-Farbräume	3
2.1.2 RGB	4
2.1.3 sRGB	4
2.1.4 Probleme aktueller Farbräume	4
2.2 Farbraummessungen	6
2.3 Weiterentwicklungen der Farbräume	10
3 Messen physikalischer Farbmischung	12
3.1 Abgrenzung zu anderen Messmethoden	13
3.2 Messaufbau	13
3.2.1 Messen der Farbwerte	13
3.2.2 Erstellen der Farbübergänge	14
3.3 Verwendete Begriffe	15
3.4 Kameraeinstellungen	16
3.5 Verarbeiten der Messergebnisse	17
3.6 Probleme des Messaufbaus	18
3.7 Ergebnisse	19
4 Bewertung eines Farbraums	23

4.1	Die Fehlerfunktion	23
4.2	Fehlerfunktion mittels Distanz	23
4.2.1	Line Fitting	24
4.2.2	Eigenwertproblem	25
4.2.3	Distanzberechnung	25
4.2.4	Normalisierung	27
4.3	Fehlerfunktion mittels Eigenwerten	27
4.3.1	Normalisierung	28
4.4	Beispiele	28
4.5	Ergebnisse	29
4.5.1	Unterschiede zwischen linearem RGB und CIE-XYZ	31
4.5.2	Verhältnis der Fehlerfunktionen	34
5	Konzeption eines entzerrten Farbraums	38
5.1	Eigenschaften des entzerrten Farbraums	38
5.2	Das Optimierungsproblem	39
5.2.1	Mögliche Transformationen	40
5.2.2	Kombination der Funktionen	45
5.2.3	Probleme mit trivialen Lösungen	47
5.3	Ausgangsfarbraum	50
5.4	Umsetzung	50
5.4.1	Levenberg-Marquardt Algorithmus	51
5.4.2	Technische Umsetzung	52
5.5	Ergebnisse	53
6	Zusammenfassung und Ausblick	60
	Quellenverzeichnis	62
	Literatur	62
	Online-Quellen	63

Vorwort

„Am Anfang schuf Gott Himmel und Erde. Und die Erde war wüst und leer, und es war finster auf der Tiefe; und der Geist Gottes schwebte auf dem Wasser. Und Gott sprach: Es werde Licht! Und es ward Licht...“

...und sieben Tage später war sein Werk vollendet. Nun es dauerte etwas mehr als sieben Tage und das Ergebnis ist bei Weitem nicht so beeindruckend, aber nun ist auch meine Diplomarbeit vollendet. Ein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dr. Wilhelm Burger, der mich immer tatkräftig unterstützt hat und meinen Eltern.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Studienkollegen und Freunden bedanken, die mich immer angetrieben haben. Ohne euch hätte ich es nie geschafft. Und danke Hagenberg für die fünf abwechslungsreichsten Jahre meines Lebens. Ich werde euch vermissen.

Kurzfassung

Das Bearbeiten von Farbbildern gehört zu den Standardverfahren der digitalen Bildverarbeitung. Eine Vielzahl linearer und nicht-linearer Filter finden Anwendung, ohne, dass Rücksicht auf den zugrunde liegenden Farbraum genommen wird. Dies führt zu unerwarteten Mischfarben beim Anwenden entsprechender Bildoperationen. Die vorliegende Arbeit zeigt, dass keiner der in Verwendung befindlichen Farbräume die Anforderungen hoch qualitativer Bildverarbeitung im Bezug auf lineare Filter erfüllt. Es wird eine Methode vorgestellt, die es ermöglicht, die Farbräume aufgrund ihrer Eignung für lineare Filter zu bewerten. Hierzu werden physikalisch entstehende Mischfarben gemessen und die Ergebnisse mit den Resultaten linearer Filter zu vergleichen. Die gewonnenen Daten werden anschließend zur Erstellung eines neuen Farbraums genutzt, der speziell für lineare Filter konzipiert ist. Es wird gezeigt, dass dieser neue Farbraum bessere Ergebnisse im Vergleich zum weitverbreiteten RGB System liefert. Die Resultate sind jenen des CIE-LUV Farbsystems, aufgrund zahlreicher Einschränkungen, jedoch weiterhin unterlegen. CIE-LUV selbst bringt allerdings auch Nachteile mit sich, da der RGB Farbwürfel beispielsweise nicht konvex bleibt. Somit stellt der neu konzipierte Farbraum eine Alternative dar, sollten die Ergebnisse von RGB nicht zufriedenstellend und die Möglichkeit von undefinierten Farben inakzeptabel sein.

Abstract

Color image processing is a standard procedure in today's digital imaging. Linear and non-linear operations are frequently applied without considering the underlying color space. Therefore unnatural colors occur upon the use of such operations. The present work shows that none of the commonly used color spaces can meet the expectations of high quality color imaging. Therefore a method is introduced to compare different color systems in regard to their results if linear filters are applied. Physical intermediate colors are measured and transformed into various color spaces. Furthermore techniques to compare the measured results to the ones that occur with linear filters are developed. The obtained data is used to design a new color space specifically for the use of linear operations. The new space brings improvement in comparison to the widely used RGB system. However it is also shown, that the results cannot match the ones obtained by the CIE-LUV color space, due to numerous restrictions. CIE-LUV however has drawbacks of its own, since the RGB cube does not remain convex in it. Therefore the new color space still represents a valid option if the results of RGB are not good enough and the possibility of undefined colors is unacceptable.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Farben sind in der digitalen Welt weit verbreitet. Sei es in Fotos, Videos oder im User Interface von Programmen. Doch die Repräsentation und Verwaltung von Farben auf digitalen Geräten ist weitaus komplexer als es im ersten Moment den Anschein macht. Die Entstehung und Wahrnehmung von Farben und Farbmischungen ist ein physikalischer Vorgang größter Komplexität. Viele Systeme wurden zur Verwaltung von Farben entwickelt, wobei jedes einen bestimmten Zweck zu erfüllen hat. Es gibt Farbräume, die die Farbwahrnehmung des Menschen nachempfinden sollen. Andere sind aus der Not heraus entstanden, zu einem früher verwendeten System kompatibel zu bleiben. Wieder andere sollen eine einfache und schnelle Darstellung auf Endgeräten gewährleisten.

Trotz all dieser Entwicklungen gibt es keinen Farbraum, der für die Linearität häufig verwendeter Bildoperationen ausgelegt ist. Dabei sind diese Standard und finden sich in jeder Bildbearbeitungssoftware. Kaum eine der häufig verwendeten Funktionen, wie etwa Weichzeichnungs-, Scharfzeichnungsfilter, Tonwertkorrektur und viele mehr, kommen nicht ohne lineare Operationen aus. Selbst die Größenänderung eines Bildes ist eine lineare Funktion, bei der sich der neue Farbwert aus dem Durchschnitt seiner Nachbarn errechnet. Durch viele dieser Operationen entstehen neue, nicht ursprünglich im Bild vorhandene Farben. Welche Farben entstehen hängt von dem Farbraum ab, in dem die Operationen angewandt wurden. So kommt es unter verschiedenen Systemen zu starken Unterschieden, die auch für das menschliche Auge sichtbar sind. Somit ist die Wahl des Farbraums entscheidend, um ansprechende Ergebnisse zu erhalten. Jedoch ist keiner der in Verwendung befindlichen Farbräume optimal auf die Eigenschaften linearer Bildoperationen abgestimmt und somit kommt es in jedem zu unerwarteten und unnatürlichen Mischfarben. Diese Arbeit setzt sich zum Ziel einen Farbraum zu entwickeln, der auf eben diese Funktionen abgestimmt ist.

1.2 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 wird der aktuelle Stand der Technik erläutert. Die gebräuchlichen Farbsysteme, sowie deren Unzulänglichkeiten für lineare Filter werden dargelegt. Darüber hinaus beschäftigt sich Kapitel 2 mit den vorangegangenen Arbeiten auf diesem Gebiet. Es zeigt Experimente, die durchgeführt wurden, um die Qualität eines Farbraums im Bezug auf das menschliche Sehen zu untersuchen. Darüber hinaus zeigt es Verbesserungen der Farbräume, die auf jenen Untersuchungen aufbauen. Ab Kapitel 3 beginnt die Darstellung des eigenen Ansatzes, der durchgeführt wurde, um einen bestehenden Farbraum zu verbessern. Begonnen wird hierbei mit der Messung von Übergangsfarben. In Kapitel 4 werden jene Daten genutzt, um die Bewertung eines Farbraums bezüglich linearer Filter zu ermöglichen. Hierbei werden zwei verschiedene Ansätze präsentiert. Anschließend wird in Kapitel 5 gezeigt, wie aus diesen Daten ein neuer Farbraum gewonnen wird, der besser auf die Eigenschaften von linearen Filtern zugeschnitten ist.

1.3 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist das Entwickeln eines neuen Farbraums, der bei der Anwendung von linearen Filtern zu originalgetreueren Ergebnissen führt, als die bisher vorhandenen. Aufgrund der unzulänglichen Vergleichswerte soll eine robuste Methode entwickelt werden, die in der Lage ist, physikalisch entstehende Farbmischungen zu messen. Die Messungen sollen leicht reproduzierbar sein und unter gleichen Bedingungen identische Ergebnisse liefern. Ausgehend von den so erhaltenen Informationen soll eine Möglichkeit gefunden werden, unterschiedliche Farbräume bezüglich ihrer Eignung für die Anwendung linearer Funktionen zu bestimmen. Die Ergebnisse sollen präsentiert und als Ausgangspunkt für die Erstellung eines neuen Farbraums genutzt werden. Hierbei wird dieser nicht von Grund auf neu erstellt, vielmehr soll ein bestehender Farbraum, durch die Anwendung linearer und nicht-linearer Funktionen, so verzerrt werden, dass er den Anforderungen linearer Bildoperationen entspricht.

Es ist anzumerken, dass die Wahrnehmung des menschlichen Auges oder die physikalische Zusammensetzung von Farben bei dem verwendeten Ansatz nicht beachtet wird. Alleiniges Ziel ist die Verbesserung der Ergebnisse von linearen Filtern im Vergleich zu den bereits vorhandenen Farbräumen.

Kapitel 2

Stand der Technik

Dieser Abschnitt beschäftigt sich damit, wie Farben aktuell auf digitalen Systemen repräsentiert werden. Gebräuchliche Farbmodelle und deren Probleme bei der Anwendung linearer Filter werden gezeigt. Weiters werden Versuche dargestellt die vorhandenen Farbsysteme zu bewerten und aufgrund dieser Bewertungen verbesserte Farbräume zu entwickeln.

2.1 Farbräume

Farbbilder sind aus der digitalen Welt nicht mehr wegzudenken. Ob in der Fotografie, im Druck oder in der Bildverarbeitung, Farbbilder sind allgegenwärtig. Es gibt unzählige Modelle, wie Farben in der digitalen Welt verwaltet werden. Jedes wurde aus einem bestimmten Grund entwickelt, sei es, um kompatibel zu einem Vorgängermodell zu sein (wie das im Farbfernsehen verwendete YUV Modell) oder um die Wahrnehmung des menschlichen Auges widerzuspiegeln (CIE-LAB) [4]. Im Folgenden werden einige dieser Farbmodelle genauer erläutert.

2.1.1 CIE-Farbräume

Bereits seit den 1920er-Jahren entwickelt und standardisiert der CIE (*Commission Internationale d'Éclairage*) Farbsysteme [15]. Im Gegensatz zum RGB Farbraum sind diese unabhängig von der Art und Weise, wie ein bestimmtes Gerät diese Farben darstellt. Sie werden daher *colorimetrisch* oder auch *kalibriert* genannt.

1931 standardisiert, stellt der CIE-XYZ Farbraum die Grundlage praktisch aller colorimetrischen Farbsysteme dar [4, 15]. Er basiert auf umfangreichen Messungen unter definierten Bedingungen, jedoch ist er nicht-linear gegenüber dem menschlichen Sehsystem. Dies hat zur Folge, das geometrische Abstände im Farbraum vom Betrachter sehr unterschiedlich wahrgenommen werden. Es wurden daher Variationen des CIE-XYZ Farbsystems entwickelt,

die das menschliche Empfinden für bestimmte Zwecke besser abbilden sollten. Hierzu zählen beispielsweise CIE-LUV und CIE-LAB, die die Farben in einen Luminanz- und zwei Chrominanz-Kanäle aufteilen [15]. Sie sind annähernd gleichförmig, wodurch Farbabstände in diesen Systemen jenen der menschlichen Wahrnehmung besser entsprechen als im CIE-XYZ Raum.

2.1.2 RGB

Das RGB-Farbschema basiert auf der Kombination der drei Primärfarben Rot (R), Grün (G) und Blau (B). Es ist ein additives Farbmodell, die Farbmischung erfolgt ausgehend von Schwarz durch Addition der einzelnen Komponenten. Das RGB Farbsystem ist das am weitesten verbreitete in der digitalen Welt. Digitalkameras und Scanner produzieren RGB Farbbilder. Die meisten Bildbearbeitungsprogramme verwenden RGB zur internen Darstellung und auch die Speicherung von Bilddateien erfolgt oftmals in diesem Format [4].

2.1.3 sRGB

Ein Nachteil der CIE-basierenden Farbsysteme ist, dass sie für digitale Anwendungen, die einen Bildschirm als Ausgabemedium haben, zu umständlich und ineffizient sind. sRGB wurde entwickelt, um dieses Problem zu beheben. Es ist im CIE-XYZ Farbraum verankert, verfügt jedoch über ein kleines Gamut im Vergleich zu den CIE Systemen. Dies reicht jedoch für die meisten darstellbaren Farben auf heutigen Monitoren. Die sRGB Farbkomponenten sind bereits mit einem fixen Gammawert (2.2) vorkorrigiert und daher nicht-linear [18]. Dieses Gamma hat den Vorteil, dass es bereits eine ausreichend genaue Darstellung auf gängigen Bildschirmen ohne weitere Korrektur erlaubt [4].

2.1.4 Probleme aktueller Farbräume

Farbbilder werden von Bildverarbeitungssoftware üblicherweise in Grauwertbilder aufgespalten, die jeweils einen Farbkanal repräsentieren [4]. Dem entsprechend werden Filter nicht auf die gesamten Bilddaten angewandt, sondern separat auf die einzelnen Kanäle. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 2.1 zu sehen. Diese Verfahren nehmen jedoch keine Rücksicht auf den Farbraum, in dem die Berechnung durchgeführt wird. Lineare Filter (z.B.: Glättungsfilter) haben, wie in Abbildung 2.2 zu sehen ist, die Charakteristik, dass alle entstehenden Mischfarben auf einer geraden Linie zwischen den Ausgangsfarben liegen. Wird diese Linearität bei der Wahl des Farbraumes nicht berücksichtigt, kann es zu unerwarteten Farben kommen, sollten lineare Filter angewandt werden [2]. Abbildung 2.4 zeigt die Ergebnisse eines Filters in verschiedenen Farbräumen. Die Resultate variieren besonders bei

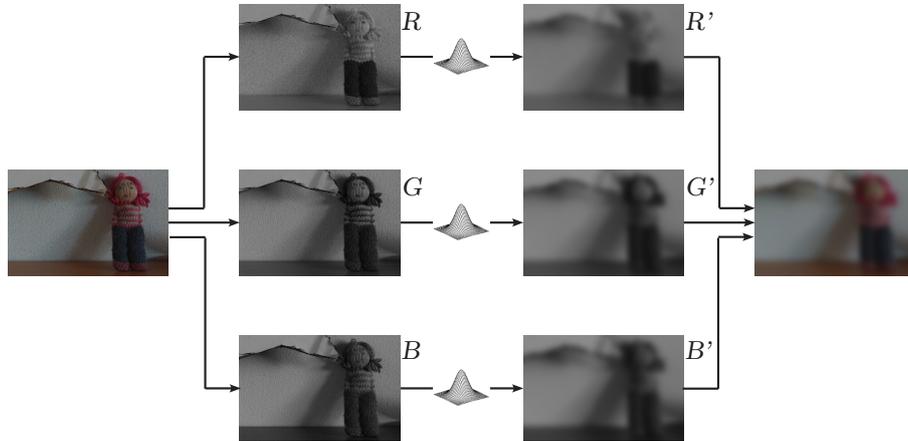


Abbildung 2.1: Ein Beispiel für die Anwendung eines linearen Filters auf ein RGB Bild. Die Filteroperation wird nicht gleichzeitig auf die gesamten Bildinformationen, sondern separat auf die Farbkanäle (R, G, B) angewandt.

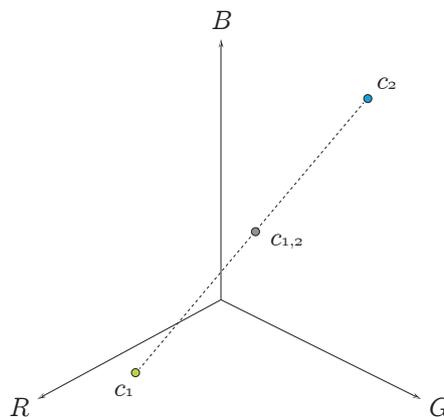


Abbildung 2.2: Alle Mischfarben, die bei der Anwendung linearer Filter auf zwei Farben c_1 und c_2 entstehen können, liegen auf einer Geraden zwischen diesen beiden Farben.

jenen Farben stark, deren euklidische Distanz im Farbraum groß ist. Je näher die Farben beieinanderliegen, desto geringer werden die Abweichungen. In der Realität sind Unterschiede daher nur schwer zu erkennen, da in der Natur volle Farben, wie etwa $R = 0, G = 0, B = 255$, nicht vorkommen.

Dieses Problem kommt in der digitalen Animation (z. B. Ray-Tracing) ebenso zum Tragen, wie in der Computergraphik (z. B. Depth of Field) und der Bildbearbeitung. Ein Beispiel ist die Anwendung eines Weichzeichnungs-

filters auf ein Bild. Der neue Farbwert eines Pixels berechnet sich, je nach Algorithmus, unterschiedlich aus seinen alten Nachbarpixeln. Auch hierbei handelt es sich um eine lineare Funktion. Bei der Erstellung von JPEG Dateien werden diese ebenfalls angewandt. JPEG speichert die Helligkeit und Farbinformation getrennt. Da das menschliche Auge auf Änderungen der Helligkeit sensibler reagiert, als auf Änderungen im Farbton, werden die beiden Farbkanäle stärker komprimiert. Auch bei dieser Kompression kommt eine lineare Funktion zum Einsatz, die zu falschen Farben führt. Somit sind diese Verfälschungen in jedem JPEG Bild vorhanden.

Auch in der Literatur wird das Problem der Mischfarben angeführt. So wird in [16] beschrieben, dass es beim Anwenden von Weichzeichnungsfiltern im sRGB Raum zu unnatürlich wirkenden Ergebnissen an Farbkanten kommt. Eine Verbesserung wird durch die Verwendung des CIE-LAB Systems erzielt, in dem die Fehler weniger auffällig sind. [9] beschreibt die verbesserten Ergebnisse bei der Detektion von Schatten durch Verwendung von CIE-LUV beziehungsweise CIE-LAB.

Die Konvertierung der Bilddaten von sRGB in ein anderes System (z. B. CIE-LAB oder CIE-LUV) ist eine übliche Vorgehensweise, um Verbesserungen der Resultate zu erreichen. Die Rückführung der Pixel in den sRGB Farbraum kann jedoch zu Problemen führen, da der sRGB Würfel im CIE-LUV beziehungsweise CIE-LAB Raum nicht konvex bleibt, was in Abbildung 2.3 zu sehen ist. Dies bewirkt, dass in den CIE Systemen entstehende Farben über keine Repräsentation in sRGB verfügen und nicht dargestellt werden können [2]. Da dieses Verhalten nur an den Rändern des Farbraums auftritt, kann es in der Regel jedoch ignoriert werden.

Wie bereits erwähnt sind die Unterschiede in der Regel nur bei einem direkten Vergleich zu erkennen. Dennoch sollte bei der Anwendung linearer Funktionen auf den zugrunde liegenden Farbraum Rücksicht genommen werden, um die Fehler möglichst gering zu halten.

2.2 Farbraummessungen

In einem Artikel aus dem Jahre 1942 beschreibt David L. MacAdam den Aufbau eines Experiments, mit dem der wahrgenommene Abstand eines Farbtons zu einem Bezugsfarbton gemessen werden kann [11]. Hierzu kam eine Apparatur zum Einsatz, bei der ein Beobachter zwei verschiedene Farben bei einer fixen Beleuchtung betrachtet. Eine der beiden dient dabei als Bezugsfarbton und ist fix, während die andere vom Beobachter verändert werden kann. Der Proband erhielt die Aufgabe, die zweite Farbe so lange zu verändern, bis er keinen Unterschied mehr zur Bezugsfarbe erkennen konnte. Da für das menschliche Auge Farbdifferenzen nur bis zu einem gewissen Grad wahrnehmbar sind, entsprach die Farbe, die der Beobachter erzeugt hatte, nicht exakt jener, zu der Bezug genommen wurde. Für Instrumente blieb die

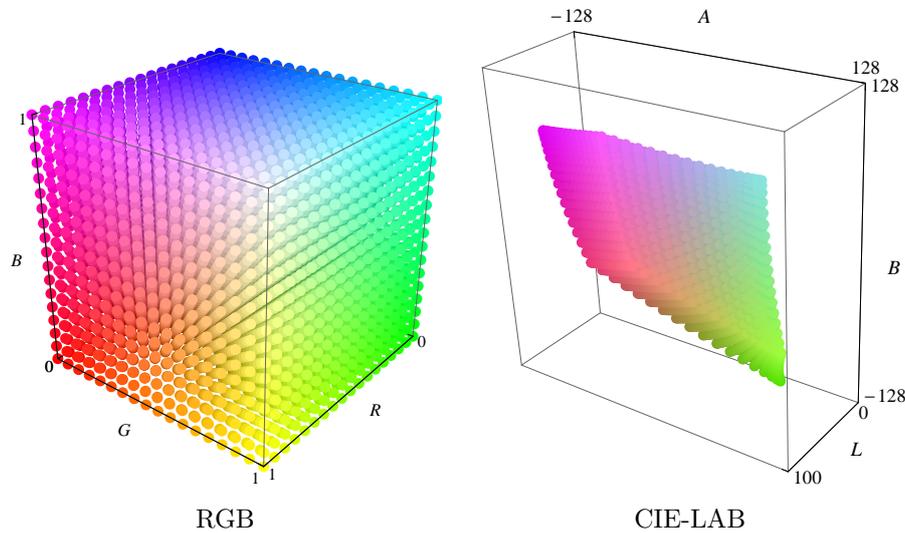


Abbildung 2.3: Hier ist der RGB Würfel im RGB (links) und im CIE-LAB Farbraum (rechts) dargestellt. Es ist zu sehen, dass der Würfel bei der Transformation von RGB nach CIE-LAB nicht konvex bleibt. Dies kann bei der Rückführung der Werte nach RGB zu nicht definierten Ergebnissen außerhalb des Farbraums führen.

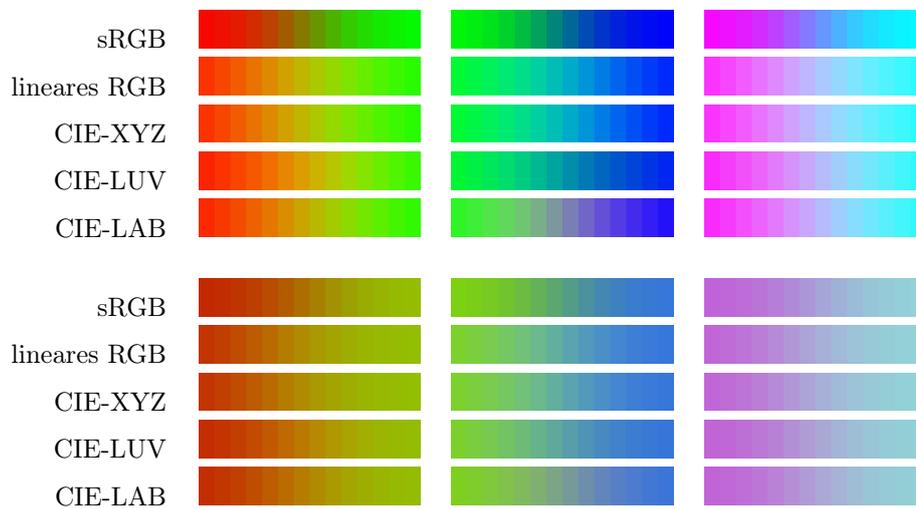


Abbildung 2.4: Hier werden Zwischenfarben, die bei einem Weichzeichnungsfilter in verschiedenen Farbräumen entstehen, gezeigt. Es ist zu erkennen, dass sich die Ergebnisse von System zu System stark unterscheiden. Darüber hinaus ist ersichtlich, dass die Diskrepanzen stärker werden, je weiter zwei Farben im Farbraum entfernt sind.

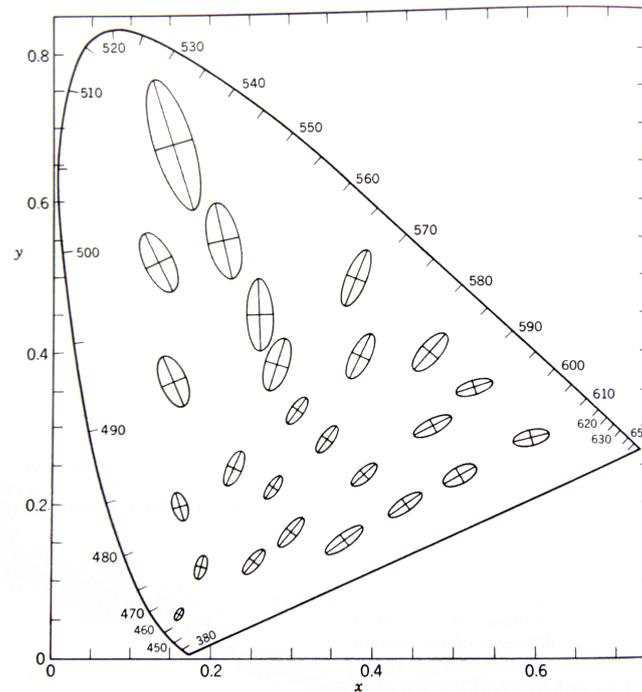


Abbildung 2.5: Hier sind die 25 Ellipsen, die David MacAdam durch seine Experimente gemessen hat, im CIE-Farbdiagramm mit zehnfacher Vergrößerung gezeigt. Aus ihnen lässt sich ablesen, wie die wahrgenommenen Distanzen von jenen im Farbdiagramm abweichen. Graphik aus [17].

Differenz allerdings messbar. Diese Messungen wurden für 25 Bezugsfarben im CIE-Farbdiagramm wiederholt. Dabei zeigte sich, dass die Distanzen im Diagramm nicht jenen entsprachen, die der Beobachter wahrgenommen hatte. Wäre dies der Fall, so wären alle gemessenen Farben kreisförmig um ihre Bezugsfarbe verteilt. MacAdam zeigte jedoch, dass die gemessenen Punkte eine elliptische Verteilung annähernten. In Abbildung 2.5 sind diese Ellipsen im CIE-Diagramm eingezeichnet zu sehen. Zu erkennen ist, dass sich Ausrichtung und Größe der einzelnen Ellipsen stark unterscheiden. Ab welcher Distanz Farben aus diesem Diagramm als gleich empfunden werden, hängt stark von der gewählten Bezugsfarbe ab und ist nicht gleichmäßig.

Ein Nachteil von MacAdam's Ergebnissen ist die Tatsache, dass sie nur über zwei Dimensionen verfügen. Diese lässt sich nicht ohne Weiteres auf die drei Komponenten gebräuchlicher Farbräume umlegen. Darüber hinaus decken sie nur ein sehr kleines Spektrum des Farbraums ab. Wie bereits erwähnt wurden Daten lediglich für 25 Bezugsfarben gemessen und der gesamte Raum zwischen diesen blieb unerforscht. Darüber hinaus kam bei dem Experiment nur ein einziger Beobachter zum Einsatz. Da sich die Farbwahrnehmung von

Mensch zu Mensch jedoch unterscheidet, spiegeln die MacAdam Ellipsen lediglich die Charakteristiken dieses einen Beobachters wieder.

Aufgrund der Einschränkungen dieser Messungen wurden weitere Versuche für Farbtöne bei unterschiedlicher Beleuchtung durchgeführt. So etwa von MacAdam und Brown, die im Jahre 1949 ihre Ergebnisse präsentierten. Die Anzahl der Bezugsfarben wurde ebenso erhöht, wie die der Beobachter, um aussagekräftigere Ergebnisse zu erhalten. Es zeigte sich eine allgemeine Übereinstimmung zu den von MacAdam 1942 gemessenen Daten, allerdings unterschieden sich die Resultate der einzelnen Beobachter mitunter stark voneinander. Bei etwa der Hälfte der Tests war ein merklicher Unterschied, sowohl in Größe und Ausrichtung der Ellipsen, zu erkennen [17].

Im Jahre 1971 führten Wyszecki und Fielder erneut Messungen durch. Wie schon bei MacAdam mussten Beobachter eine fixe Farbe mithilfe dreier Farbstimuli nachstellen. Neu war die Tatsache, dass die Beobachter beide Augen benutzten und ihr Blickfeld nicht mehr eingeschränkt war. Durch diese Änderungen sollte das gewöhnliche Sehverhalten des Menschen angenähert werden. Wyszecki und Fielder überprüften darüber hinaus die Wiederholbarkeit der Experimente [17]. So führten die drei Beobachter die Messungen mehrmals im Abstand von Wochen und Monaten durch, wobei die Bedingungen jeweils identisch waren. Die Messungen der Sitzungen wurden separat analysiert und die Ergebnisse miteinander verglichen. Hierbei zeigten sich mitunter starke Diskrepanzen der Ellipsen bei ein und demselben Beobachter. Ein Beispiel für diese Abweichungen ist in Abbildung 2.6 zu sehen. Diese Tatsache führte zu Zweifeln an der Aussagekraft dieser Art von Experimenten, da keine eindeutige Erklärung für dieses Phänomen gefunden werden konnte.

Auch die Ergebnisse unterschiedlicher Beobachter wurden von Wyszecki und Fielder verglichen. Während sie sich im Allgemeinen ähneln, so sind bei genauerer Betrachtung ebenfalls große Unterschiede in Ausrichtung, Größe und Form der Ellipsen erkennbar. Dies ist jedoch wenig überraschend, da es schon bei demselben Beobachter zu solchen Diskrepanzen kommt.

Trotz all ihrer Einschränkungen und Ungenauigkeiten wurden diese Messungen bei der Erstellung neuer oder der Verbesserung bestehender Farbräume immer wieder herangezogen.

Des Weiteren wurden Versuche unternommen, die Eignung der Farbmodelle für eine bestimmte Aufgabe zu bestimmen. So gab es Untersuchungen wie sich die Wahl des Farbsystems auf die Ergebnisse der Segmentierung von Bildern oder der Gesichtserkennung auswirkt. Hierbei wurde festgestellt, dass die annähernd gleichförmigen Farbräume CIE-LAB und CIE-LUV dem RGB System in der Regel überlegen sind.

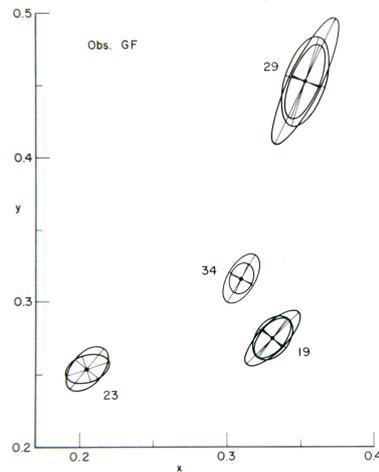


Abbildung 2.6: Hier wird ein Beispiel für die Abweichung der Ergebnisse eines Beobachters, die von Wyszecki und Fielder gemessen wurden, dargestellt. Die Experimente wurden von ein und demselben Beobachter im Abstand von Wochen oder Monaten unter den gleichen Bedingungen durchgeführt. Graphik aus [17].

2.3 Weiterentwicklungen der Farbräume

Viele Versuche wurden unternommen, ein Farbmodell zu entwickeln, das das menschliche Sehverhalten besser widerspiegelt, als die bisher vorhandenen Systeme. Oftmals wurde der CIE Farbraum aus dem Jahre 1931 als Ausgangspunkt für diese Optimierungsversuche genommen, da er weit verbreitet ist und eine einfache Umrechnung in das, in der digitalen Welt, weitverbreitete RGB System möglich ist.

1964 führte die CIE einen neuen drei-dimensionalen Farbraum mit den Koordinaten U , V und W ein, der jedoch bereits kurze Zeit später durch zwei neue Systeme abgelöst wurde. Hierbei handelt es sich um CIE-LAB und CIE-LUV, die beide auf dem 1931 standardisierten CIE-XYZ Farbraum aufbauen. Sowohl CIE-LAB, als auch CIE-LUV sind, im Bezug auf die menschliche Wahrnehmung annähernd gleichförmig.

Im Jahr 1958 entwickelte Farnsworth eine nicht-lineare Transformation des CIE-Farbdiagramms aus 1931. Das Resultat, zu sehen in Abbildung 2.7, ist eine Verzerrung des Diagramms, sodass die von MacAdam gemessenen Ellipsen sich an Kreise gleicher Größe annähern. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich jedoch, dass die Messpunkte auch weiterhin besser durch Ellipsen repräsentiert werden können [17].

Des Weiteren wurden Versuche unternommen, das RGB Farbmodell zu verbessern und intuitiver zu gestalten. Aus diesen Versuchen resultierten beispielsweise die zylindrischen Farbräume HSL und HSV [4]. Aufgrund ihrer

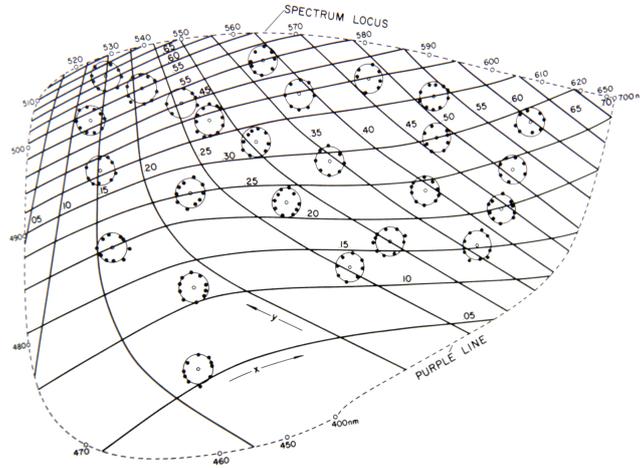


Abbildung 2.7: Diese Abbildung zeigt das, durch Farnsworth verzerrte CIE-Farbdigramm. Es ist zu erkennen, dass die von MacAdam gemessenen Ellipsen annähernd eine Kreisform angenommen haben. Graphik aus [17].

Ableitung vom RGB Modell sind sie, im Bezug auf die menschliche Wahrnehmung jedoch nicht gleichförmig. Darüber hinaus verfügen sie über keine genaue fotometrische Spezifikation [2].

All diese Entwicklungen zeigen die Schwierigkeiten der Farbrepräsentation auf. Farbmodelle werden zu einem bestimmten Zweck entwickelt und dafür müssen in anderen Bereichen Kompromisse eingegangen werden. Zu komplex ist die Physik hinter der Entstehung, Mischung und Wahrnehmung von Farben, als dass sie in einem einzigen Modell dargestellt werden könnte.

Kapitel 3

Messen physikalischer Farbmischung

Wie in Kapitel 2 gezeigt, kommt es bei der Anwendung von linearen Filtern auf ein Farbbild zu unnatürlich wirkenden Zwischenfarben. Die Qualität der Ergebnisse hängt von dem zugrunde liegenden Farbraum ab, in dem die Operation durchgeführt wird. Hierbei entstehen stark unterschiedliche Ergebnisse. Welches System besser für lineare Filter geeignet ist, lässt sich, aufgrund mangelnder Vergleichsdaten kaum beurteilen. Wie in Kapitel 2 dargelegt sind bisherige Messungen unzureichend und nicht aussagekräftig genug, da sich die Farbwahrnehmung von Mensch zu Mensch unterscheidet. Sie wird von verschiedensten Faktoren (Alter, Krankheiten, Sehschwäche) beeinflusst und die Wahrnehmung unterscheidet sich nicht nur zwischen den Menschen, sondern auch von Auge zu Auge. So können die beiden Augen ein und derselben Person Farben unterschiedlich wahrnehmen. Darüber hinaus spielt auch das Gehirn bei der Farbwahrnehmung eine entscheidende Rolle, da es die Signale der Stäbchen und Zäpfchen des Auges erst interpretiert.

Um eine objektivere Beurteilung der vorhandenen Farbräume zu erhalten, braucht es zuverlässige Vergleichswerte, das bedeutet, Farbmischungsdaten müssen gemessen werden. Ist es möglich eine zuverlässige Methode zu finden, die, bei der Mischung zweier Farben c_1 und c_2 entstehenden Zwischenfarben zu messen, so lässt sich für jeden Farbraum bestimmen, wie weit die dort entstehenden Farben von den Messungen abweichen. Wird dies für mehrere Messpunkte im Farbraum wiederholt, so lässt sich die Abweichung für einen großen Teil des Raums bestimmen. Hierbei wird angenommen, dass in kleinen Bereichen ähnliche Mischfarben entstehen, sodass der Übergang zwischen c_1 und c_2 ähnlich jenem zwischen c_1 und c_3 ist, wenn c_2 und c_3 im Farbraum nahe beieinanderliegen.

3.1 Abgrenzung zu anderen Messmethoden

Die in Kapitel 2 beschriebenen Methoden zum Messen von Farben und Farbdifferenzen folgen alle dem gleichen System. Ein Beobachter betrachtet zwei unterschiedliche Farbtöne, von denen er einen händisch verändern kann. Er tut dies so lange, bis er keinen Unterschied mehr zwischen beiden Farben erkennen kann. Wie bereits erläutert sind diese Messungen stark von der Wahrnehmung einzelner Personen abhängig und daher äußerst subjektiv. Die Messungen variieren nicht nur zwischen den einzelnen Beobachtern, sondern auch ein und dieselbe Person liefert bei unterschiedlichen Durchläufen stark differenzierte Ergebnisse. Darüber hinaus stehen Daten nur für einen kleinen Ausschnitt des Farbraums zur Verfügung. Eine Beurteilung des Farbsystems ist über diese zwar möglich, jedoch können die Ergebnisse für jene Bereiche, in denen keine Messungen stattfanden, nur geschätzt werden.

Der hier gezeigte Ansatz schlägt eine andere Richtung ein. Es wird versucht die subjektiven Elemente der menschlichen Farbwahrnehmung zu umgehen und eine Methode zu finden, die unter gleichen Bedingungen immer gleiche Resultate liefert. Darüber hinaus sollen Messungen über weite Teile des Farbraums durchgeführt werden, um eine bessere Beurteilung zu ermöglichen.

3.2 Messaufbau

Zur Messung der Farbmischungen kamen verschiedene Methoden zum Einsatz. Dies hatte den Sinn, Fehler des Aufbaus aufzudecken. Wie nachfolgend gezeigt wird, führten alle durchgeführten Ansätze zu identischen Resultaten.

3.2.1 Messen der Farbwerte

Die Frage nach einer geeigneten Methode, Farben und in der Folge auch Farbmischungen in der Natur zu messen, stellt sich. Die durch physikalische Effekte entstehenden Farben müssen eingefangen und in ein, für einen Computer verständliches Format gebracht werden. Die einfachste Lösung stellt hier eine digitale Kamera dar, deren Sensor die Wellen der physikalischen Farben einfängt und sie in ein Datenfeld speichert, das von Computern ausgelesen werden kann. Außerdem ist es mit einer digitalen Kamera möglich viele Aufnahmen in einem kurzen Zeitraum zu machen, was vorteilhaft ist, da die Messungen einen großen Teil des Farbspektrums abdecken sollen. Weiters sind die Messungen auch einfach zu wiederholen oder auszuweiten, um neue Daten zu erhalten. Es gilt zu beachten, dass es bei der Umwandlung der auf dem Sensor eintreffenden Lichtwellen in ein Farbbild ebenfalls zu einer linearen Interpolation kommt. Die Lichtsensoren der Kamera fangen jeweils nur einen Farbkanal ein. Die Farbinformationen werden in einem so genannten Bayer Muster gespeichert [10]. Hierbei handelt es sich um eine beliebige

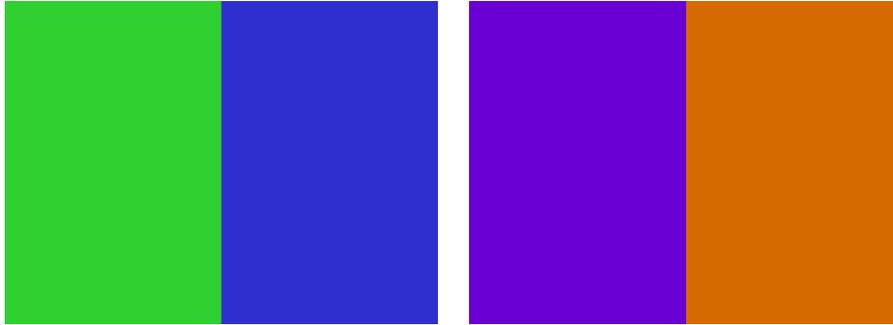


Abbildung 3.1: Zwei Bilder, die durch den Projektor angezeigt wurden.

Aneinanderreihung eines 2×2 Pixelfeldes. Je einer dieser Pixel enthält Informationen über den Anteil an Rot beziehungsweise Blau. Die restlichen zwei enthalten die grünen Farbanteile. Dies hat den Grund, dass der grüne Farbkanal für das menschliche Auge mehr sichtbare Informationen enthält, als rot und blau. Um die fehlenden Informationen der Rot-, Grün- und Blaukanäle aufzufüllen, wird zwischen den gemessenen Daten interpoliert [7].

3.2.2 Erstellen der Farbübergänge

Bleibt die Frage nach einem geeigneten Weg, Farbmischungen zu erzeugen. Auch hier erweist sich die Kamera, genauer gesagt deren Objektiv als nützlich. Wird der Fokus so gewählt, dass ein Objekt nicht scharf auf dem Bildsensor abgebildet wird, so vermischen sich dessen Farben mit dem Hintergrund oder anderen Objekten. Wird eine Fläche, auf der sich lediglich zwei Farben c_1 und c_2 befinden, fotografiert, so vermischen sich diese durch Defokussieren. An der Kante, die jene beiden Farben verbindet, entstehen, durch die Linsen des Objektivs, neue Mischfarben, die von der Kamera abgebildet werden. Die Annahme ist hierbei, dass die Mischfarben, die in einem unscharf gestellten Objektiv entstehen, physikalisch korrekt sind.

Das Darstellen der Ausgangsfarben wird über einen Projektor realisiert. Dieser projiziert eine Bilddatei, wie in Abbildung 3.1 zu sehen, auf eine weiße Wand. Diese Wand wird anschließend fotografiert. Ein Foto des Messaufbaus ist in Abbildung 3.2 zu sehen.

Alternativ wurden auch Experimente bei einer scharf gestellten Linse durchgeführt. Die Farbübergänge wurden hierbei durch die Linse des Projektors erzeugt. Diese wurde so eingestellt, dass sie das Bild unscharf auf die Wand projizierte, wodurch sich die Farben an der Farbkante mischten. Die Auswertung der so durchgeführten Messungen führte zu identischen Resultaten wie jene, mit unscharfem Objektiv. Der einzige Unterschied war ein verstärktes Rauschen in den Messergebnissen, bei einem unscharfen Projektor, da in dieser Konfiguration der Staub auf dessen Linse weitaus stärker

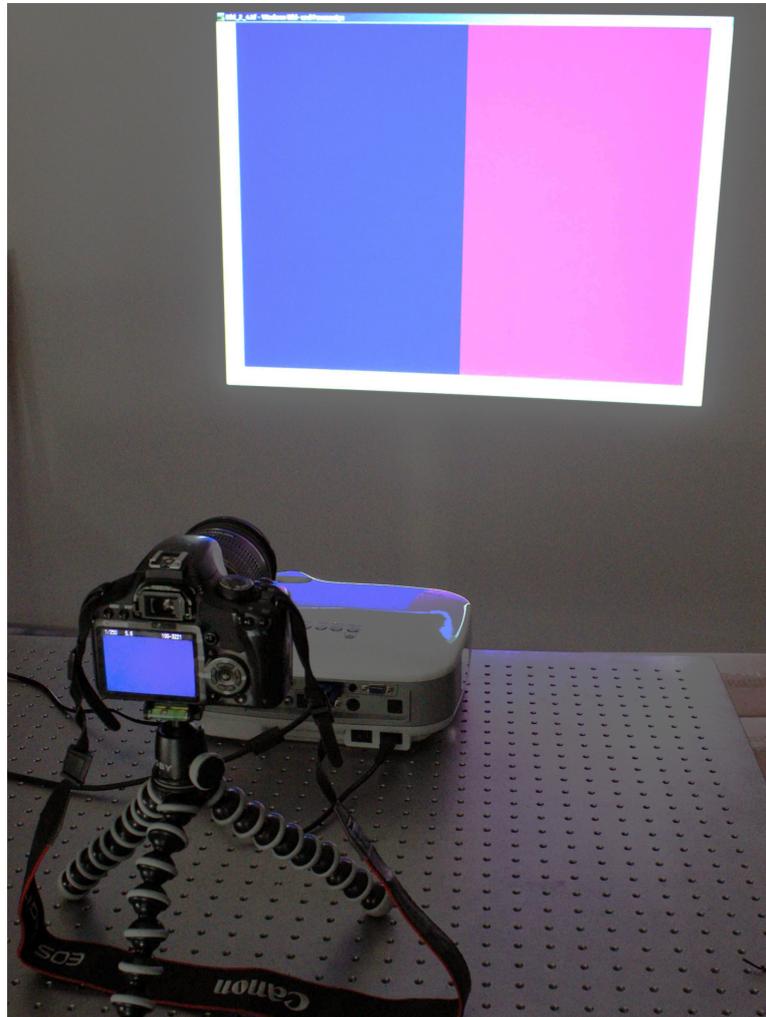


Abbildung 3.2: Der verwendete Testaufbau. Zu erkennen sind der Projektor, der das Bild auf die Wand projiziert, sowie die Kamera, die dieses mit einem unscharfen Objektiv aufnimmt.

sichtbar war, weshalb der erste Ansatz Verwendung bei den endgültigen Messungen fand.

Das Ergebnis dieser Messungen sind Fotos, auf denen die entstehenden Mischfarben abgebildet sind, wie in Abbildung 3.3 zu sehen ist.

3.3 Verwendete Begriffe

Im Folgenden sollen einige Begriffe und Symbole erläutert werden, die in dieser Arbeit häufig verwendet werden. Jedes Experiment besteht aus einer

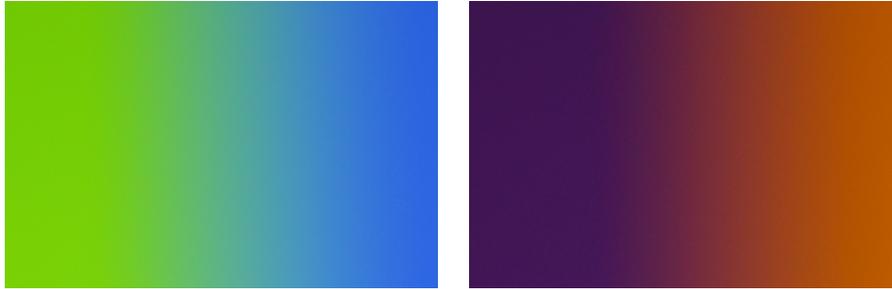


Abbildung 3.3: Diese Ergebnisse wurden aus den Bildern in Abbildung 3.1 erzielt. Deutlich ist zu sehen, wie sich die Farbkanten vermischt haben. Zur besseren Sichtbarkeit wurden die Ausschnitte vergrößert.

gewissen Anzahl (M) von Bildern, die während den Messungen aufgenommen wurden. Eine Zeile aus einem Bild, die zur weiteren Verarbeitung ausgelesen wird, wird als Run \mathbf{C}_i bezeichnet. Eine Messung besteht also aus mehreren Runs

$$\mathbf{C} = (\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_i, \dots, \mathbf{C}_M), \quad (3.1)$$

die während des Experiments gemacht wurden. Jeder Run enthält wiederum N Farben

$$\mathbf{C}_i = (\mathbf{c}_{i,1}, \dots, \mathbf{c}_{i,j}, \dots, \mathbf{c}_{i,N}), \quad (3.2)$$

die durch das unscharfe Objektiv entstanden sind und den Übergang zwischen den beiden Ausgangsfarben des Runs definieren. Bei $\mathbf{c}_{i,j}$ steht das i hierbei für den Run, aus dem die Farbe kommt und das j für deren Index. Jede Farbe besteht wiederum aus drei verschiedenen Komponenten

$$\mathbf{c}_{i,j} = (x_j, y_j, z_j), \quad (3.3)$$

die die Farbkanäle von $\mathbf{c}_{i,j}$ widerspiegeln.

3.4 Kameraeinstellungen

Bei den Aufnahmen kam eine *Canon EOS 500D*¹ in Verbindung mit dem, ebenfalls von *Canon* hergestellten *EF-S 18-55mm 1:3.5-5.6 IS* Objektiv zum Einsatz. Zur Bestimmung der besten Belichtungszeit wurden Testaufnahmen durchgeführt. Das Hauptkriterium bei der Wahl der Belichtungszeit war die möglichst unverfälschte Reproduktion der projizierten Farben. Weiters sollte sie für alle Messungen gleich sein, um sicherzustellen, dass alle Aufnahmen unter denselben Voraussetzungen gemacht werden. Als bester Wert für die

¹<http://www.canon.at/500D/>

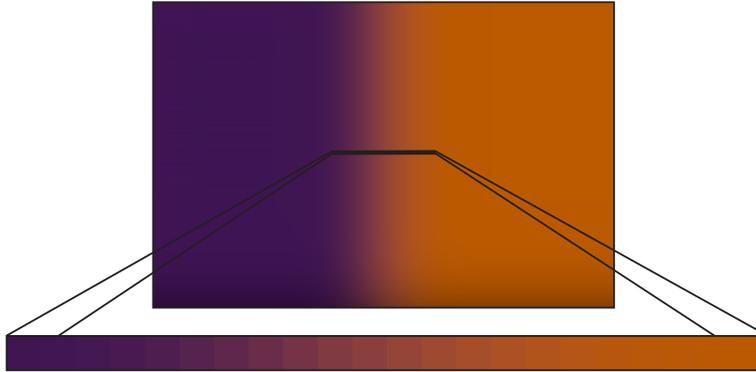


Abbildung 3.4: Diese Abbildung zeigt ein Beispiel für eine Zeile, die aus einem Bild ausgelesen wird. Es wurde eine Zeile aus der Mitte des Bildes gewählt, da es bei den Aufnahmen zu Abdunkelungen an den Rändern kam.

Belichtungszeit wurde $1/25$ Sekunde bestimmt. Als Brennweite wurde die maximal mögliche des Objektivs gewählt, was 55mm entspricht. Um den Bereich, in dem sich die Farben mischen groß zu halten, wurde die Blende vollständig geöffnet (Blendenzahl 5.6), denn je kleiner die Blende, desto schärfer wird das Bild. Ein großer Übergangsbereich zwischen den Farben ist wünschenswert, da so mehr Zwischenfarben im Bild gespeichert werden.

Die *Canon EOS 500D* verfügt, wie die meisten modernen Spiegelreflexkameras, über eingebaute Software, die das Bild bereits zum Aufnahmezeitpunkt, beziehungsweise bei der Umwandlung in komprimierte Bildformate bearbeitet [7]. Dazu zählt ein Vignettierungs-Korrektur-Werkzeug sowie einzelne Voreinstellungen, die Farben im Bild kräftiger erscheinen lassen. Für die Messungen sind derartige Veränderungen unerwünscht, da sie die Ergebnisse verfälschen. Aus diesem Grund wurden solche Bildoperationen unterbunden. Außerdem wurden die Bilder im RAW Format aufgenommen, um bei Bedarf Zugriff auf die Originaldaten zu haben. Die Lichtempfindlichkeit des Sensors wurde auf den niedrigsten Wert (ISO 100) gestellt, um das Rauschen im Bild möglichst gering zu halten.

3.5 Verarbeiten der Messergebnisse

Die in Abschnitt 3.2 erhaltenen Bilddaten müssen nach der Aufnahme verarbeitet werden. In den Pixeln der Bilder sind die gemessenen Übergangsfarben gespeichert, die ausgewertet werden müssen. Wie in Abbildung 3.4 gezeigt, wird dazu jeweils eine Zeile aus den Bildern ausgelesen. Die Wahl fiel bewusst auf eine Zeile in der Mitte des Bildes, da es an den Rändern zu Abdunkelungen und somit zu Veränderungen der Farben kommt. Bei der Breite des

Bereiches wurde darauf geachtet, dass alle Zwischenfarben ausgelesen werden. Die Bilder werden von der Kamera im sRGB Farbraum gespeichert und beim Auslesen auch als solche interpretiert. Da die Daten dazu genutzt werden sollen verschiedene Farbräume miteinander zu vergleichen, ist eine Transformation notwendig. Es findet eine Umrechnung in lineares RGB, CIE-XYZ, CIE-LAB und CIE-LUV statt. Die Gleichungen zur Transformation zwischen diesen Farbräumen sind in [17], [4] und [15] zu finden. Andere, zylindrische Farbmodelle, wie HSL und HSV, wurden außer Acht gelassen, da sie über keine genaue fotometrische Spezifikation verfügen [2].

3.6 Probleme des Messaufbaus

Der Messaufbau ist in keinster Weise kalibriert und dies hat zur Folge, dass die Ausgangsfarben c_1 und c_2 , die vom Computer ausgesandt werden, nicht jenen Farben c'_1 und c'_2 entsprechen, die auf dem Kamerasensor abgebildet werden. Aus diesem Grund sind die Ergebnisse einer Messung nicht die Mischfarben zwischen c_1 und c_2 , sondern jene zwischen c'_1 und c'_2 .

Ein weiteres Problem ist, dass sich nicht alle Farben eines Farbraums auf dem Kamerasensor abbilden lassen. Dieser wäre dazu in der Lage, jedoch verhindert der Messaufbau, dass Farben an den Ecken und Kanten des Farbraums abgebildet werden.

In den aufgenommenen Bildern kam es darüber hinaus zu einem starken Farbrauschen. Ein Grund dafür waren die Lichtverhältnisse bei den Messungen. Um die gemessenen Farben nicht noch zusätzlich zu verfälschen, wurde auf den Einsatz einer weiteren Lichtquelle, abgesehen vom Projektor, verzichtet. Dies führte dazu, dass die Kamera die Lichtempfindlichkeit des Sensors automatisch stark nach oben stellte (ISO 3200), um auch bei wenig Licht möglichst viele Informationen auf den Sensor zu bekommen. Dieser hohe ISO-Wert führt zu sehr starkem Rauschen in den Aufnahmen, deshalb wurde, wie in Abschnitt 3.4 bereits erläutert, die Lichtempfindlichkeit von Hand auf den niedrigst möglichen Wert gestellt, was eine starke Reduktion des Rauschens zur Folge hat. Die verringerte Sensibilität des Sensors wird durch eine längere Belichtungszeit wieder ausgeglichen. Eine weitere Möglichkeit die Auswirkungen des Rauschens zu minimieren hätte das Interpolieren zwischen mehreren Bildzeilen dargestellt. Da es sich bei der Interpolation jedoch um eine lineare Operation handelt, wurde darauf verzichtet.

Im Nachhinein betrachtet wäre es sinnvoll gewesen, probeweise auch Messungen mit einer weiteren weißen Lichtquelle durchzuführen, denn durch den Messaufbau kam es zu stark unterschiedlichen Lichtsituationen. Da die Einstellungen an der Kamera (Belichtungszeit, Blende) während eines Messdurchgangs nicht verändert wurden, führten zwei helle Farben beispielsweise zu einer überbelichteten Szene, während zwei dunkle Farben eine Unterbelichtung nach sich zogen. Durch eine andere Hauptlichtquelle wäre dieser

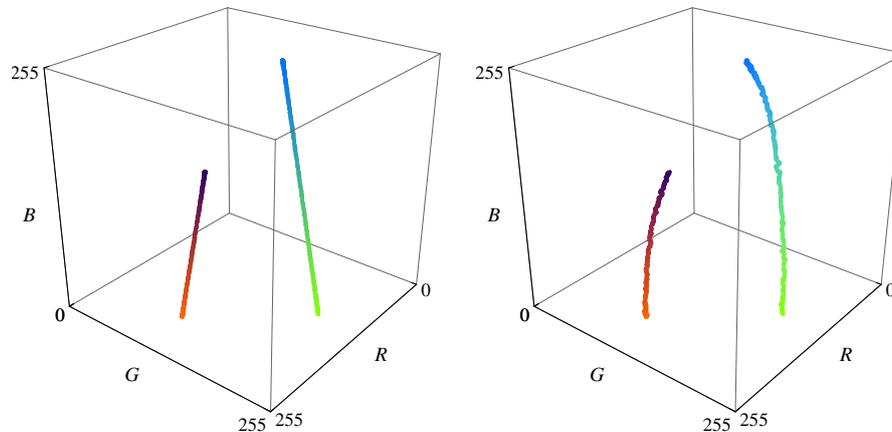


Abbildung 3.5: Das linke Bild zeigt die Mischfarben, die durch ein Gauß-Filter entstehen. Im Rechten sind die gemessenen Zwischenfarben zu sehen. Die Ausgangsfarben sind jene aus den Bildern, die in Abbildung 3.1 zu sehen sind. Dargestellt sind die Farben im sRGB Farbraum.

Effekt möglicherweise zu unterbinden gewesen.

Ein weiteres Problem stellte die verwendete Ausrüstung dar. So war die Wand, auf die die Bilder projiziert wurden, nicht rein weiß, sondern hatte einen leichten Farbstich. Darüber hinaus war sie nicht glatt, sondern verfügte über eine leichte Struktur, die bei Beleuchtung Schatten warf und somit zu helleren und dunkleren Stellen auf der Wand führte. Darüber hinaus war die Linse des verwendeten Projektors stark verstaubt. Sie wurde zwar vor der Verwendung gereinigt, jedoch blieb immer noch Staub zurück. Diese Tatsachen führten dazu, dass die Farben verfälscht wurden, beziehungsweise es zu weiterem Rauschen im Bild kam.

3.7 Ergebnisse

In Abbildung 3.5 ist der Übergang zwischen zwei Farben zu sehen. Einmal werden die Farbübergänge gezeigt, die durch einen Gauß-Filter entstehen, ein anderes Mal jene, die durch die Kamera gemessen wurden. Die Ausgangsfarben befinden sich dabei jeweils an den Enden der Geraden beziehungsweise der Kurven. Die Punktwolken dazwischen repräsentieren die entstandenen Farbübergänge. Beide Übergänge sind im sRGB Farbraum dargestellt. Deutlich ist zu sehen, dass jene Farben, die durch einen Gauß-Filter entstehen, auf einer Geraden zwischen den beiden Ausgangsfarben liegen. Die Messung zeigt jedoch, dass sie eigentlich auf einer Kurvenbahn liegen sollten. Je stärker die gemessenen Daten von einer Geraden abweichen, desto schlechter ist der Farbraum für lineare Filter geeignet und desto größere Farbfehler entstehen bei deren Anwendung. Weiters ist in den gemessenen Daten aus

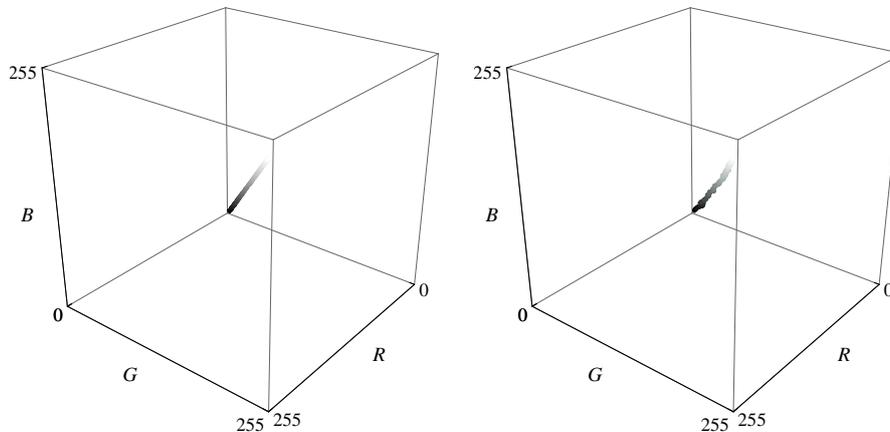


Abbildung 3.6: Das linke Bild zeigt die Mischfarben, die durch einen Gauß-Filter entstehen. Im Rechten sind die gemessenen Mischfarben zu sehen. Es ist gut zu erkennen, dass der Übergang zwischen Schwarz und Weiß beides Mal auf einer Linie erfolgt. Eventuelle kleine Abweichungen bei der Messung sind auf Bildrauschen zurückzuführen.

Abbildung 3.5 auch das in Abschnitt 3.6 erläuterte Problem des Rauschens zu erkennen. Einige der gemessenen Punkte weichen stark von der Kurvenbahn ab.

Abbildung 3.6 zeigt, dass die Übergangsfarben zwischen Schwarz und Weiß nicht nur beim Gauß-Filter, sondern auch bei den Messungen auf einer Linie liegen. Wäre dies nicht der Fall, würde es bei Schwarz-Weiß Bildern, beziehungsweise Schwarz-Weiß Kanten, auf die beispielsweise ein Weichzeichnungsfiler angewandt wird, zu Farbstichen kommen. Dies würde dem Menschen sofort negativ auffallen, deshalb sind die Farbräume so konzipiert, dass alle Grauwerte auf einer Linie zwischen Schwarz und Weiß liegen.

Wie in Abbildung 3.7 gezeigt, folgen die gemessenen Kurven einem Muster und sind in ähnlichen Bereichen annähernd gleichförmig gekrümmt. Dies hat zur Folge, dass die Übergänge nicht für alle möglichen Farbmischungen gemessen werden müssen, um eine Beurteilung des Raums zu ermöglichen.

In Abbildung 3.8 sind die Farbverläufe für einige ausgewählte Messpunkte dargestellt. Deutlich ist zu sehen, dass kaum ein Farbübergang auf einer Geraden liegt, vielmehr befinden sich die Mischfarben auf Kurvenbahnen. Die Abbildung verdeutlicht auch ein Problem, das in 3.6 beschrieben wurde. Die Ausgangsfarben, zwischen denen gemessen wurde, lagen ursprünglich alle in den Ecken des Farbraums. Aufgrund der Projektion, der Aufnahme und den Lichtverhältnissen, befinden sich die Farben, die auf dem Kamerasensor abgebildet wurden, mitunter sehr weit von ihrer ursprünglichen Position entfernt.

Abbildung 3.9 zeigt dieselben Farbübergänge, wie Abbildung 3.8, in an-

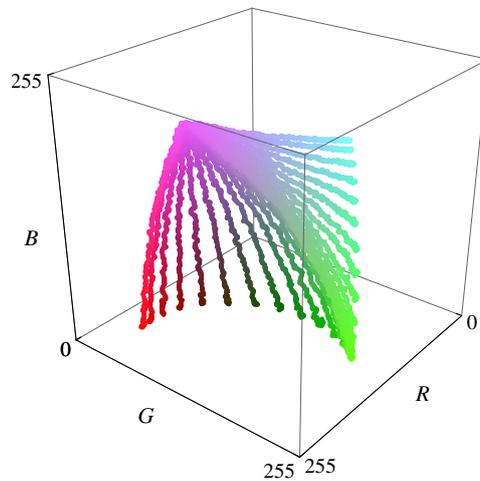


Abbildung 3.7: Hier zeigt sich, dass die gemessenen Kurven in ähnlichen Bereichen annähernd gleich gekrümmt sind. Dies hat zur Folge, dass nicht für alle Punkte im Farbraum Messungen vorliegen müssen, um eine fundierte Aussage über diesen geben zu können.

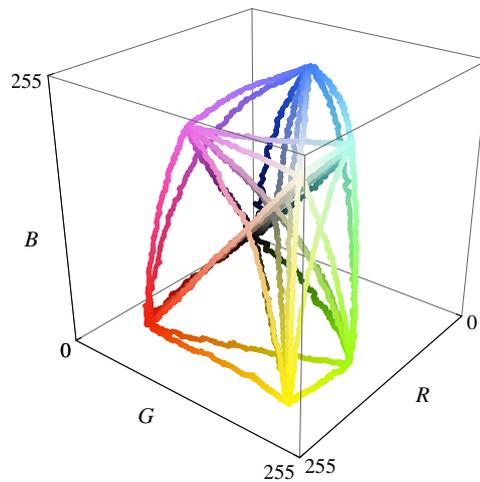


Abbildung 3.8: Beispiel für das Ergebnis eines Messexperiments im sRGB Farbraum. Jene Punkte, an denen die Kurven zusammenlaufen, entsprechen den Ausgangsfarben, die Kurven dazwischen den gemessenen Farbübergängen.

deren Farbräumen. Wie zu sehen ist, unterscheiden sich die Ergebnisse von Raum zu Raum, jedoch liegen die Zwischenfarben in allen Systemen auf Kurven, die mehr oder weniger stark gekrümmt sind. Dies zeigt, dass keines der getesteten Farbsysteme optimal für lineare Filter geeignet ist. Jedoch lässt

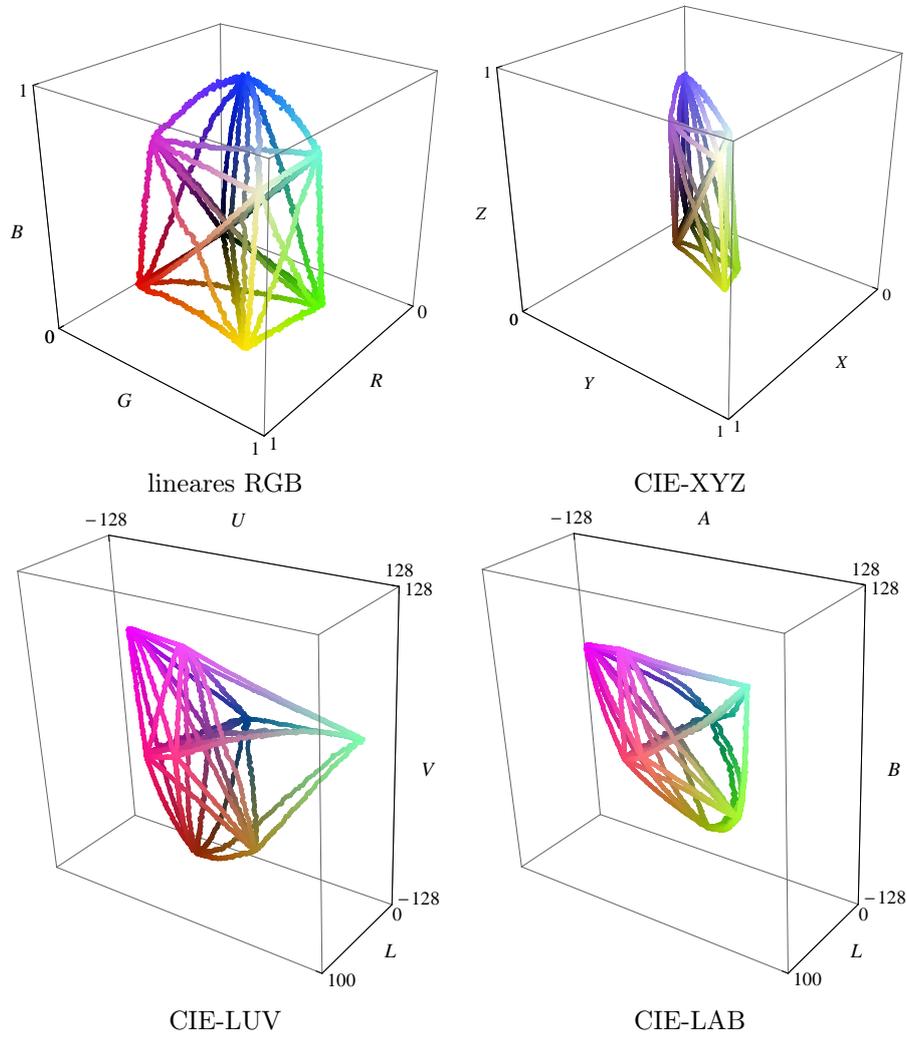


Abbildung 3.9: Farbübergänge, dargestellt in verschiedenen Farbräumen.

sich alleine aus den Graphiken nicht zeigen, welcher Farbraum bessere und welcher schlechtere Ergebnisse liefert.

Kapitel 4

Bewertung eines Farbraums

Dieses Kapitel beschäftigt sich damit herauszufinden, wie gut ein bestimmter Farbraum für das Anwenden linearer Filter geeignet ist. Hierfür ist eine Funktion zu erstellen, die aus den in Kapitel 3 gewonnenen Daten Rückschlüsse auf die Qualität des zugrunde liegenden Farbsystems zulässt. Der Begriff Qualität bezieht sich hierbei auf die Abweichung linearer Farbmischungen im Vergleich zu den gemessenen Kurven.

In Kapitel 3 wurden Farben gemessen, die entstehen, wenn \mathbf{c}_1 und \mathbf{c}_2 gemischt werden. Je näher diese Messdaten an der imaginären Geraden liegen, die \mathbf{c}_1 und \mathbf{c}_2 verbindet, desto besser ist die Qualität dieses Raums und desto besser sind die Ergebnisse linearer Filter.

4.1 Die Fehlerfunktion

Zur Bestimmung der Linearität eines Farbraums muss eine Möglichkeit gefunden werden, diese aus den in Kapitel 3 gemessenen Daten zu extrahieren. Hierzu ist die Krümmung der Kurven zwischen den Farbübergängen zu bestimmen. Ein Weg die Krümmung einer Kurve zu berechnen wird in [5] gezeigt. Sie bedient sich der Tangenten zweier Punkte auf der Kurve. Der Unterschied zwischen den Neigungswinkeln lässt Rückschlüsse auf die Krümmung zu. Diese Methode ist jedoch ungeeignet, da hierzu die Parameter der Kurve bekannt sein müssen. Die gemessenen Daten enthalten allerdings nur die Werte der einzelnen Komponenten einer Farbe $\mathbf{c} = (x, y, z)$ für einen bestimmten Farbraum. Aus diesem Grund wurden zwei andere Methoden verwendet, die nachfolgend dargelegt werden.

4.2 Fehlerfunktion mittels Distanz

Dieser Ansatz berechnet den Abstand aller $\mathbf{c}_{i,j}$ eines Runs \mathbf{C}_i zu einer imaginären Geraden, die durch die Punktvolke von \mathbf{C}_i gelegt wird. Hierzu muss

die Gerade berechnet und anschließend der Abstand der Messpunkte zu dieser Linie bestimmt werden.

4.2.1 Line Fitting

Eine Gerade ist im drei-dimensionalen Raum durch die Gleichung

$$L = \langle \mathbf{a}, \mathbf{d} \rangle : \mathbf{x} = \mathbf{a} + s \cdot \mathbf{d} \quad (4.1)$$

definiert, in der $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)^T$ einen bekannten Punkt auf der Geraden und $\mathbf{d} = (d_x, d_y, d_z)^T$ einen Richtungsvektor beschreibt [1]. Für jeden Run \mathbf{C}_i wird eine separate Linie

$$L_i = \langle \mathbf{a}_i, \mathbf{d}_i \rangle : \mathbf{x} = \mathbf{a}_i + s \cdot \mathbf{d}_i \quad (4.2)$$

berechnet. Um \mathbf{a}_i zu erhalten wird der Mittelwert aus allen gemessenen Farben $\mathbf{c}_{i,j}$ eines Runs bestimmt. So kann durch die Gleichung

$$\mathbf{a}_i = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} \mathbf{c}_{i,j} \quad (4.3)$$

der erste Punkt auf der Geraden berechnet werden.

Zur Berechnung des Richtungsvektors muss die Ausrichtung der Punktwolke bekannt sein. Das Finden der Haupteigenschaften einer Datenmenge ist ein häufig auftretendes Problem in der Bildverarbeitung. Die Principal component analysis, wie in [14] gezeigt, beschreibt eine Methode, diese Eigenschaften eines Datensatzes zu berechnen.

In diesem speziellen Fall ist lediglich die Hauptausrichtung der Datenwolke entlang der Achsen von Bedeutung, sodass diese in Gleichung 4.1 als \mathbf{d} eingesetzt werden kann. Zur Berechnung dieses Vektors eignet sich der Total Least Squares Algorithmus, mit dessen Hilfe eine Matrix erstellt wird, die die gemessenen Daten repräsentiert. In [6] ist die Matrix für ein zwei-dimensionales Problem gezeigt. Diese wird modifiziert und erweitert, um auch die dritte Dimension der Farbräume abbilden zu können, sodass sich

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \overline{xx} - \bar{x}^2 & \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} & \overline{xz} - \bar{x} \cdot \bar{z} \\ \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} & \overline{yy} - \bar{y}^2 & \overline{yz} - \bar{y} \cdot \bar{z} \\ \overline{xz} - \bar{x} \cdot \bar{z} & \overline{yz} - \bar{y} \cdot \bar{z} & \overline{zz} - \bar{z}^2 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

ergibt. Die Parameter der Matrix werden berechnet durch

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} x_j, & \overline{xx} &= \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} x_j^2, & \overline{xy} &= \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} x_j \cdot y_j, \\ \bar{y} &= \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} y_j, & \overline{yy} &= \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} y_j^2, & \overline{yz} &= \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} y_j \cdot z_j, \end{aligned}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} z_j, \quad \overline{z^2} = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} z_j^2, \quad \overline{xz} = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} x_j \cdot z_j,$$

wobei x_j , y_j und z_j die drei Komponenten einer Farbe $\mathbf{c}_{i,j}$ widerspiegeln.

4.2.2 Eigenwertproblem

Da es sich bei \mathbf{M} um eine quadratische Matrix handelt, kann ein homogenes lineares Gleichungssystem in der Form

$$\mathbf{M}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad (4.5)$$

formuliert werden [8]. \mathbf{x} steht hierbei für einen Eigenvektor und λ für den korrespondierenden Eigenwert. Durch die Lösung dieser Gleichung lassen sich die Eigenwerte und Eigenvektoren von \mathbf{M} errechnen. Eigenschaften, wie die Ausrichtung der Daten, lassen sich über diese bestimmen. Die Eigenvektoren geben die Hauptausrichtungen der Punktwolke an, während die Eigenwerte eine Aussage über deren Verteilung zulassen, wie in Abbildung 4.1 zu sehen ist. Ein Eigenwert λ tritt immer in Verbindung mit einem korrespondierenden Eigenvektor \mathbf{x} auf [8]. Dieses Paar $\langle \lambda, \mathbf{x} \rangle$ aus Eigenwert und Eigenvektor wird Eigenpaar genannt. Es gilt zu beachten, dass die Eigenwerte von \mathbf{M} *reelwertig* sind, da die Matrix sowohl *reelwertig* als auch *symmetrisch* ist. Darüber hinaus sind die Eigenwerte positiv, da die diagonalen Werte alle positiv sind.

Jener Eigenvektor \mathbf{x}_{max} , der zum größten Eigenwert λ_{max} gehört, gibt die Hauptausrichtung der Punktwolke an und wird in Gleichung 4.2 als \mathbf{d} eingesetzt. Somit kann durch

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i + s \cdot \mathbf{x}_{max} \quad (4.6)$$

ein zweiter Punkt \mathbf{b}_i auf der Geraden erhalten werden. Dieser wird für die Berechnung des Abstands zwischen den Messdaten und der Geraden benötigt. Da es unbedeutend ist, wo auf der Geraden sich der zweite Punkt befindet, kann das Skalar s auf jeden beliebigen Wert ungleich 0 gesetzt werden. Somit wird s gleich 1 gesetzt, wodurch sich die vereinfachte Gleichung

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i + \mathbf{x}_{max} \quad (4.7)$$

ergibt.

4.2.3 Distanzberechnung

Der Abstand einer gemessenen Farbe $\mathbf{c}_{i,j}$ zu einer Geraden

$$L_i = \langle \mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i \rangle : \mathbf{x}_i = \mathbf{a}_i + s \cdot (\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i) \quad (4.8)$$

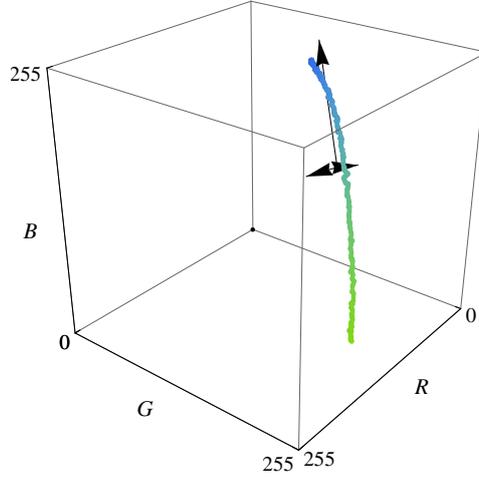


Abbildung 4.1: Hier sind die Eigenvektoren für die abgebildete Punktwolke zu sehen. Die Vektoren zeigen die drei Hauptausrichtungen der Daten an. Die Länge wird hierbei über die Eigenwerte bestimmt. Je länger der Vektor, desto größer der Eigenwert. Es gilt zu beachten, dass das Längenverhältnis aus optischen Gründen angepasst wurde.

wird, wie in [3] zu sehen ist, durch

$$\text{dist}(\mathbf{c}_{i,j}, L_i) = \frac{\|(\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i) \times (\mathbf{c}_{i,j} - \mathbf{a}_i)\|}{\|(\mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i)\|} \quad (4.9)$$

berechnet, wobei \times dem Vektorprodukt und $\|\dots\|$ der euklidischen Länge eines Vektors entspricht. \mathbf{a}_i und \mathbf{b}_i repräsentieren zwei Punkte auf der Geraden L_i und $\mathbf{c}_{i,j}$ eine Farbe aus dem Run \mathbf{C}_i . Diese Berechnung wird für jeden Messwert in \mathbf{C}_i wiederholt und die Ergebnisse werden aufsummiert. Somit ergibt sich der Fehlerterm

$$F_d(\mathbf{C}_i) = \frac{1}{N_i} \cdot \sum_{j=1}^{N_i} \text{dist}(\mathbf{c}_{i,j}, L_i), \quad (4.10)$$

wobei N_i für die Anzahl der gemessenen Daten aus \mathbf{C}_i steht. Somit wird der Fehler, der bei der Mischung zweier Farben in einem bestimmten Farbraum entsteht, durch $F_d(\mathbf{C}_i)$ abgebildet. Um den Fehler für den gesamten Farbraum \mathcal{S} zu erhalten, wird die Gleichung 4.10 auf alle Runs

$$\mathbf{C} = (\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_M) \quad (4.11)$$

angewandt, wodurch sich der Fehlerterm

$$F_d(\mathcal{S}) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M F_d(\mathbf{C}_i) \quad (4.12)$$

für \mathcal{S} ergibt, wobei M der Anzahl der Runs entspricht. Das Ergebnis wird mit M normiert, um auch bei variierender Anzahl an Runs die Resultate vergleichbar zu halten.

4.2.4 Normalisierung

Ein Problem dieser Methode ist, dass die berechneten Fehler stark von den Eingabewerten abhängen. Die Ergebnisse für den sRGB Farbraum, dessen Komponenten Werte zwischen 0 und 255 annehmen, unterscheiden sich beispielsweise stark von jenen des CIE-XYZ Raums, mit einem Wertebereich zwischen 0 und 1. Um dennoch eine fundierte Aussage treffen und zwei Systeme vergleichen zu können, müssen die Ergebnisse normalisiert werden. Hierzu wird jeder Run \mathbf{C}_i individuell skaliert, sodass die Distanz jener zwei Messpunkte, die den größten euklidischen Abstand zueinander haben, 1 entspricht. Hierzu werden jene beiden Farbwerte ($\mathbf{c}_{i,min}$ und $\mathbf{c}_{i,max}$) gesucht und der Abstand

$$d_i = \|\mathbf{c}_{i,max} - \mathbf{c}_{i,min}\| \quad (4.13)$$

zwischen diesen berechnet. Alle Farben von \mathbf{C}_i werden anschließend mit d_i normalisiert. Um dies zu bewerkstelligen, werden alle Komponenten einer Farbe $\mathbf{c}_{i,j} = (x_i, y_i, z_i)$ durch d_i dividiert. Das Ergebnis ist ein normalisierter Farbwert $\mathbf{c}_{i,j} = (\frac{x_i}{d_i}, \frac{y_i}{d_i}, \frac{z_i}{d_i})$, der von den Wertebereichen des Farbraums unabhängig ist. Alle in Abschnitt 4.2 gezeigten Berechnungen werden mit normalisierten Werten durchgeführt.

4.3 Fehlerfunktion mittels Eigenwerten

Diese Methode zur Berechnung der Fehlerfunktion bedient sich ebenfalls der Matrix aus Gleichung 4.4, denn über die Eigenwerte von \mathbf{M} kann eine Aussage darüber getroffen werden, wie genau die Messpunkte entlang einer Geraden verlaufen. Dies ist bereits in Abbildung 4.1 dargestellt worden. Es wird das Verhältnis zwischen den Eigenwerten benutzt, um die Verteilung einer Punktwolke zu bestimmen. Wird ein Eigenwert λ gleich 0, so bedeutet dies, dass sich alle Messpunkte auf einer Ebene befinden, wobei der korrespondierende Eigenvektor \mathbf{x} den Normalvektor dieser Ebene bildet [8].

Liegen alle Messpunkte genau auf einer Geraden, so werden zwei der drei Eigenwerte der Matrix \mathbf{M} gleich 0. Je weiter sie von einer Geraden abweichen, desto größer werden diese beiden Eigenwerte. Aus dieser Tatsache lässt sich die Gleichung

$$F_e(\mathbf{C}_i) = 1 - \frac{\lambda_{i,1}}{\lambda_{i,1} + \lambda_{i,2} + \lambda_{i,3}} \quad (4.14)$$

formulieren, wobei $\lambda_{i,1}$ dem größten der drei Eigenwerte entspricht. Sollten alle Messpunkte auf einer Geraden liegen, so führt dies dazu, dass $\lambda_{i,2}$ und

$\lambda_{i,3}$ gleich 0 werden, woraus sich

$$F_e(\mathbf{C}_i) = 1 - \frac{\lambda_{i,1}}{\lambda_{i,1}} = 0 \quad (4.15)$$

ergibt. Je kugelförmiger die Verteilung der Punkte, desto ähnlicher werden die Eigenwerte, bis hin zu einer perfekten Kugelform, bei der alle Eigenwerte denselben Wert annehmen ($\lambda_{i,1} = \lambda_{i,2} = \lambda_{i,3}$), woraus sich

$$F_e(\mathbf{C}_i) = 1 - \frac{\lambda_{i,1}}{\lambda_{i,1} + \lambda_{i,1} + \lambda_{i,1}} = 1 - \frac{\lambda_{i,1}}{3 \cdot \lambda_{i,1}} = \frac{2}{3} \quad (4.16)$$

ergibt. Dies hat zur Folge, dass sich das Ergebnis von $F_e(\mathbf{C}_i)$ in einem Intervall von $[0, \frac{2}{3}]$ befindet. Diese Berechnung wird für jeden Run \mathbf{C}_i wiederholt, wodurch

$$F_e(\mathcal{S}) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M F_e(\mathbf{C}_i) \quad (4.17)$$

den Fehlerterm für den gesamten Farbraum liefert, wobei M der Anzahl an gemessenen Runs entspricht.

4.3.1 Normalisierung

Da das Verhältnis der Eigenwerte, das zur Berechnung des Fehlers herangezogen wird, von den Wertebereichen der Eingabe unabhängig ist, ist keine Normalisierung von Nöten.

4.4 Beispiele

Bevor die beiden Algorithmen auf einen Farbraum angewandt wurden, wurden sie auf ihre richtige Funktionalität überprüft. Die Funktionen sind so aufgebaut, dass der Fehler gleich 0 ist, wenn alle Messpunkte auf einer Geraden liegen. Je weiter sie von dieser Linie abweichen, desto größer wird das Ergebnis der Fehlerfunktion, was auch in Abbildung 4.2 dargestellt wird.

Des Weiteren soll die Invarianz gegenüber Translation, Rotation und gleichmäßiger Skalierung der Daten sichergestellt werden (Abbildung 4.3). Die Unabhängigkeit gegenüber einer Skalierung ist zum Vergleich von Farbräumen wichtig, deren Komponenten sich in unterschiedlichen Wertebereichen befinden (sRGB und CIE-XYZ). Translation und Rotation der Daten verändern die Krümmung der gemessenen Kurven nicht, weshalb sie das Ergebnis ebenfalls nicht beeinflussen dürfen.

Allerdings sind beide Methoden nur gegen eine gleichmäßige Skalierung entlang aller Achsen invariant. Wie in Abbildung 4.4 dargestellt ist, führt ungleichmäßiges Skalieren zu einer Veränderung der Resultate. Dies ist nachvollziehbar, da sich durch eine solche Transformation die Kurvenform ändert

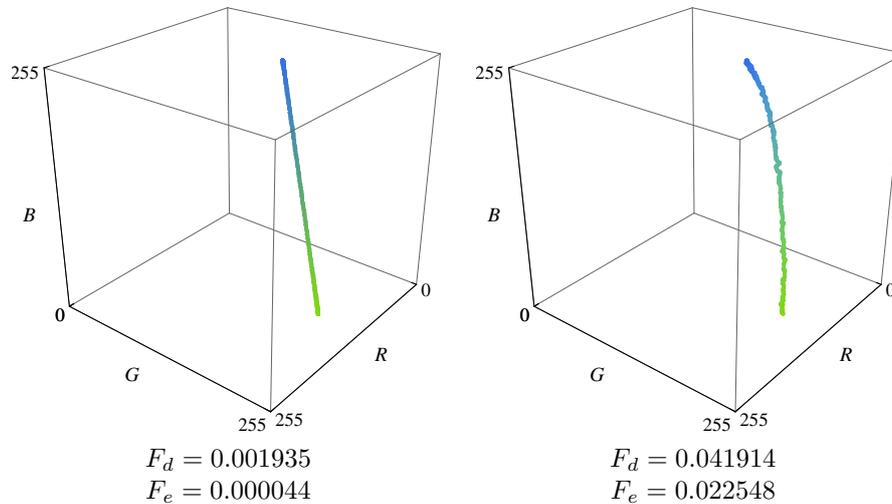


Abbildung 4.2: Zwei Beispiele für die gemessenen Fehler der gezeigten Daten. Es gilt zu beachten, dass es auch bei den linken Daten zu einem geringen Fehler kommt, da die Messungen im sRGB Farbraum durchgeführt wurden und die Farbkomponenten dort nur ganzzahlige Werte annehmen.

und diese flacher oder steiler wird. Abbildung 4.4 zeigt zum einen die originalen Daten, zum anderen dieselben Daten nach einer Skalierung um den Faktor 0.4 entlang der B-Achse. Wie zu erkennen ist, führt diese Transformation zu einer Verschlechterung der Ergebnisse der Fehlerfunktionen $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$. Eine lineare Operation dieser Art kann jedoch keine tatsächlichen Änderungen in der Qualität eines Farbraums nach sich ziehen. Die Veränderung zeigt daher eine Schwäche von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$, die es besonders bei der später durchgeführten Berechnung eines neuen Farbraums zu beachten gilt.

4.5 Ergebnisse

Im Anschluss an die in Abschnitt 4.4 durchgeführten Tests wurden die Fehlerfunktionen auf die Messungen aus den Abbildungen 3.8 und 3.9 angewandt. Die Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ für diese Messungen sind in Tabelle 4.1 und Abbildung 4.5 zu sehen. Es gilt zu beachten, dass je größer die Werte sind, desto schlechter hat ein Farbraum abgeschnitten. Zu sehen ist, dass beide Methoden den CIE-LUV Farbraum als jenen identifizieren, der bei linearen Filtern die besten Resultate liefert. CIE-LAB schneidet in beiden Fällen am schlechtesten ab, gefolgt von sRGB. Die schlechten Resultate von CIE-LAB erscheinen ungewöhnlich, da er für eine gute Repräsentation des menschlichen Sehens konzipiert wurde. Jedoch verfügt er, wie in [13] angemerkt über Unzulänglichkeiten für digitale Anwendungen. Er wurde für

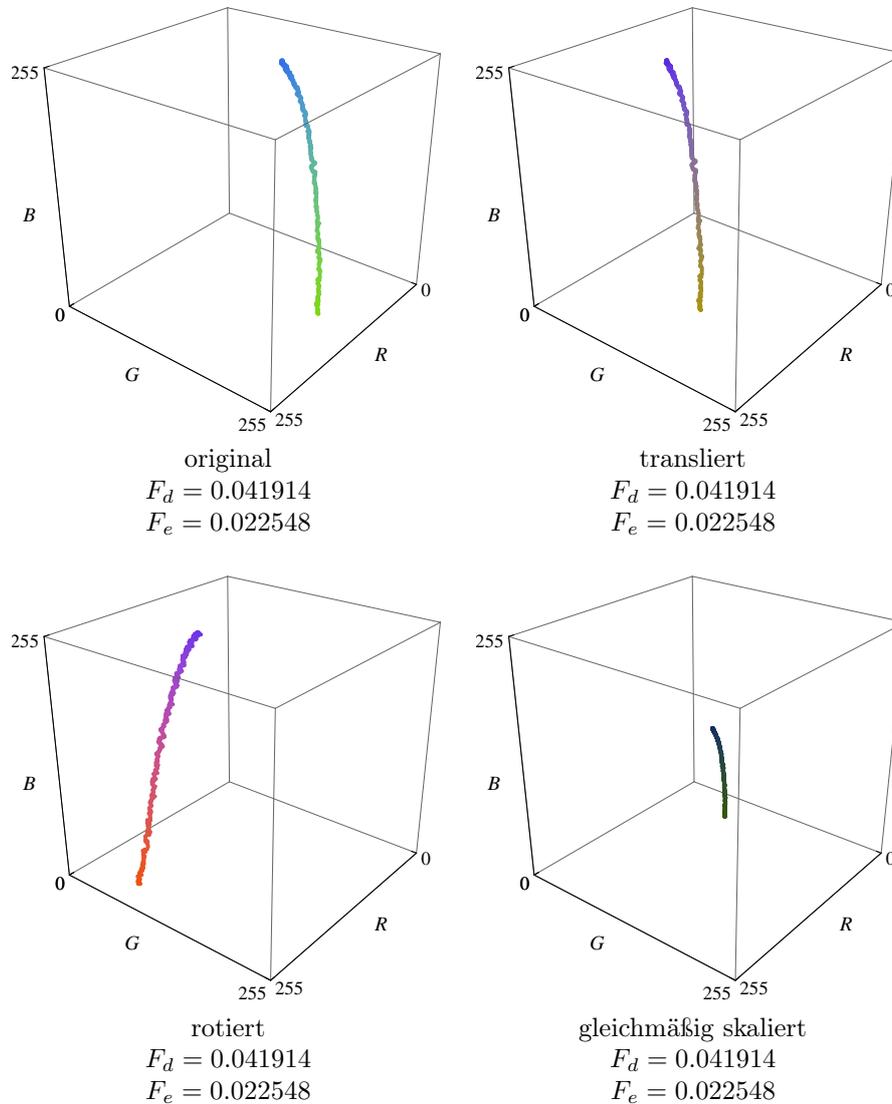


Abbildung 4.3: Hier wird gezeigt, dass eine Translation, Rotation und gleichmäßige Skalierung der Messdaten keine Auswirkung auf das Ergebnis der Fehlerfunktion hat. Wie zu sehen ist, bleiben die Resultate beider Methoden unverändert.

subtraktive Medien und Farbübergänge in geringen Abständen entwickelt. Darüber hinaus ist in Abbildung 2.4 zu erkennen, dass CIE-LAB, bei großer Distanz zweier Farben im Raum, signifikant andere Ergebnisse liefert als CIE-LUV oder lineares RGB.

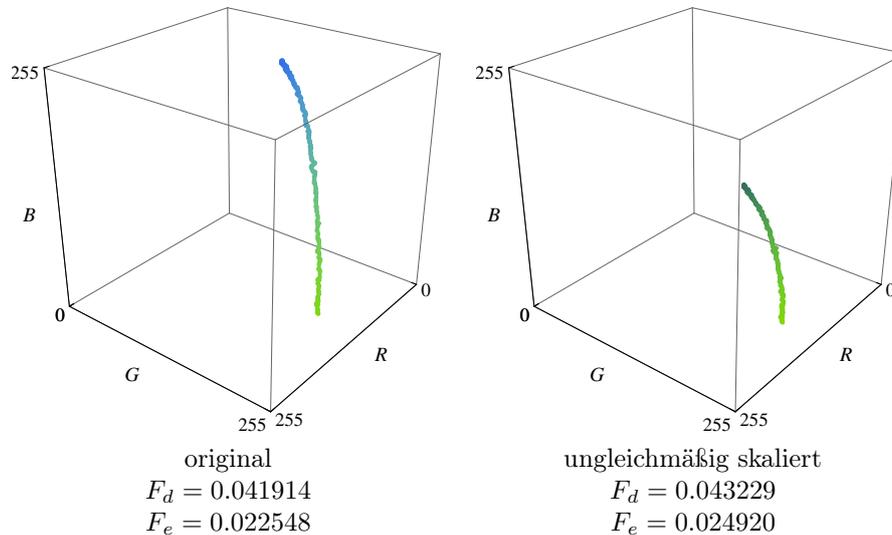


Abbildung 4.4: Hier wird gezeigt, dass eine ungleichmäßige Skalierung entlang der drei Achsen das Ergebnis der Fehlerfunktion beeinflusst. Links sind die originalen Daten zu sehen, während rechts eine Skalierung um den Faktor 0.4 entlang der B-Achse abgebildet ist.

Farbraum	$F_d(S)$	$F_e(S)$
sRGB	0.018124	0.005767
lineares RGB	0.015091	0.003373
CIE-XYZ	0.014818	0.005474
CIE-LUV	0.012713	0.002561
CIE-LAB	0.020285	0.007232

Tabelle 4.1: Die Ergebnisse der beiden Methoden zur Fehlermessung für die einzelnen Farbräume sind hier dargestellt. Je größer der Wert, desto schlechter schneidet ein Farbraum ab.

4.5.1 Unterschiede zwischen linearem RGB und CIE-XYZ

Die Veränderung der Ergebnisse von linearem RGB und CIE-XYZ ist interessant. Diese Farbräume sind durch die Matrixmultiplikation

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.2406 & -1.5372 & -0.4986 \\ -0.9689 & 1.8758 & 0.0415 \\ 0.0557 & -0.2040 & 1.0570 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

linear miteinander verbunden [4] und sollten daher auch gleiche Ergebnisse liefern, da eine solche Transformation keine Veränderung der Ergebnisse mit sich bringen kann. Dies wurde durch Experimente bestätigt. Werden die Werte der Diagonalen (3.2406, 1.8758, 1.0570) einzeln betrachtet, so ist zu

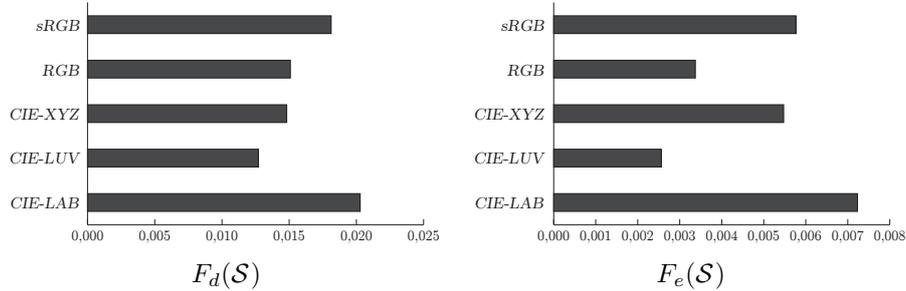


Abbildung 4.5: Eine graphische Darstellung der Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ zur besseren Veranschaulichung. Je länger die Balken, desto schlechter schneidet ein Farbraum ab. Gut sind die stark unterschiedlichen Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ für lineares RGB und CIE-XYZ zu sehen.

erkennen, dass es sich hierbei um eine ungleichmäßige Skalierung handelt. Wie in Abschnitt 4.4 erläutert, führt eine solche, ungleiche Skalierung, sehr wohl zu einer Veränderung an den Ergebnissen von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$. Dies ist, wie bereits in 4.4 erwähnt, eine Schwäche der Fehlerfunktionen, da lineares RGB und CIE-XYZ für lineare Filter gleichwertig sind.

Was ebenfalls auffällt, sind die stark unterschiedlichen Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ bei linearem RGB und CIE-XYZ. $F_d(\mathcal{S})$ liefert CIE-XYZ als den besseren Farbraum, wobei RGB ein ähnlich gutes Resultat erzielt. Bei $F_e(\mathcal{S})$ hingegen zeigt sich ein völlig anderes Bild. Nicht nur schneidet RGB dort weitaus besser ab, CIE-XYZ liefert ähnlich schlechte Ergebnisse wie sRGB. Dies deutet auf einen Fehler in der Berechnung des Fehlerterms hin, da es unlogisch erscheint, dass Farbräume bei den beiden Fehlerfunktionen unterschiedlich abschneiden. Bei genauerer Betrachtung der Runs fällt auf, dass sich deren Resultate immer in die gleiche Richtung bewegen. Liefert $F_d(\mathbf{C}_i)$ schlechtere Ergebnisse, so ist dies auch für $F_e(\mathbf{C}_i)$ der Fall und umgekehrt, was aus Tabelle 4.2 abzulesen ist. Es ist jedoch zu erkennen, dass Verbesserungen beziehungsweise Verschlechterungen eines Runs bei beiden Methoden teilweise stark unterschiedlich ausfallen und es stellt sich die Frage, wodurch dieser Effekt hervorgerufen wird. Die Erklärung findet sich in der Tatsache, dass es, wie in Kapitel 3 beschrieben, zu Rauschen in den Messdaten kommt. Dieses Rauschen wird durch die Farbraumtransformationen in manchen Fällen verstärkt, was zur Folge hat, dass sich die gemessene Punktwolke verbreitert. Auf eine solche Verbreiterung der Daten reagieren beide Algorithmen mit einer Verschlechterung des Resultats, jedoch ist die Verschlechterung bei $F_e(\mathcal{S})$ weitaus stärker als bei $F_d(\mathcal{S})$. Zur Überprüfung dieser Theorie wurde ein Test durchgeführt, der in Abbildung 4.6 dargestellt ist. Es wurde eine Punktwolke mit den Dimensionen $R = 0.1$, $G = 0.7$ und $B = 0.1$ erstellt, sowie deren Fehler bestimmt. Anschließend wurden diese Daten entlang der G -Achse um den Faktor 0.2 skaliert und neuerlich der

Run	lineares RGB		CIE-XYZ	
	$F_d(\mathbf{C}_i)$	$F_e(\mathbf{C}_i)$	$F_d(\mathbf{C}_i)$	$F_e(\mathbf{C}_i)$
1	0.021332	0.005635	0.013042	0.002115
2	0.015028	0.002213	0.009373	0.000872
3	0.017127	0.003546	0.005268	0.000343
4	0.007803	0.000734	0.003926	0.000196
5	0.024552	0.006629	0.010658	0.001218
6	0.001686	0.000031	0.002190	0.000053
7	0.016471	0.002955	0.005271	0.000292
8	0.019143	0.004316	0.054065	0.033637
9	0.014102	0.002124	0.014594	0.002482
10	0.009411	0.001327	0.013978	0.003126
11	0.028379	0.009198	0.040022	0.018035
12	0.012155	0.001655	0.008954	0.000998
13	0.013177	0.001981	0.003784	0.000162
14	0.011840	0.001495	0.007804	0.000684
15	0.015790	0.003020	0.016029	0.003257
16	0.017609	0.003747	0.022446	0.006155
17	0.028524	0.009775	0.062680	0.047607
18	0.020032	0.004846	0.012584	0.002449
19	0.013793	0.001978	0.010904	0.00125
20	0.013840	0.002446	0.012609	0.002428
21	0.004962	0.000306	0.003602	0.000185
22	0.032197	0.011681	0.040228	0.018289
23	0.016916	0.003327	0.013837	0.002207
24	0.002398	0.000075	0.000887	0.000009
25	0.012159	0.001560	0.008913	0.000918
26	0.014742	0.002607	0.016911	0.003577
27	0.029322	0.010616	0.025633	0.008449
28	0.008394	0.000738	0.006703	0.000490
29	0.026857	0.008769	0.021625	0.006185
30	0.006723	0.000558	0.004344	0.000253
31	0.018598	0.003594	0.006535	0.000446
32	0.01829	0.004534	0.042537	0.028194
33	0.013868	0.002308	0.005136	0.000321
34	0.006007	0.000414	0.001982	0.000042
35	0.005398	0.000407	0.002297	0.000084
36	0.004643	0.000265	0.002083	0.000054

Tabelle 4.2: Die Ergebnisse für die einzelnen Runs im linearen RGB und CIE-XYZ Farbraum.

Fehler gemessen. Wie in Abbildung 4.6 zu sehen ist, verschlechtern sich die Ergebnisse bei beiden Fehlerfunktionen, wobei der Fehler bei $F_e(\mathcal{S})$ weitaus stärker ansteigt. Bei einem Vergleich der Messdaten in Abbildung 3.9 ist klar zu erkennen, dass diese im CIE-XYZ Raum weniger Platz einnehmen.

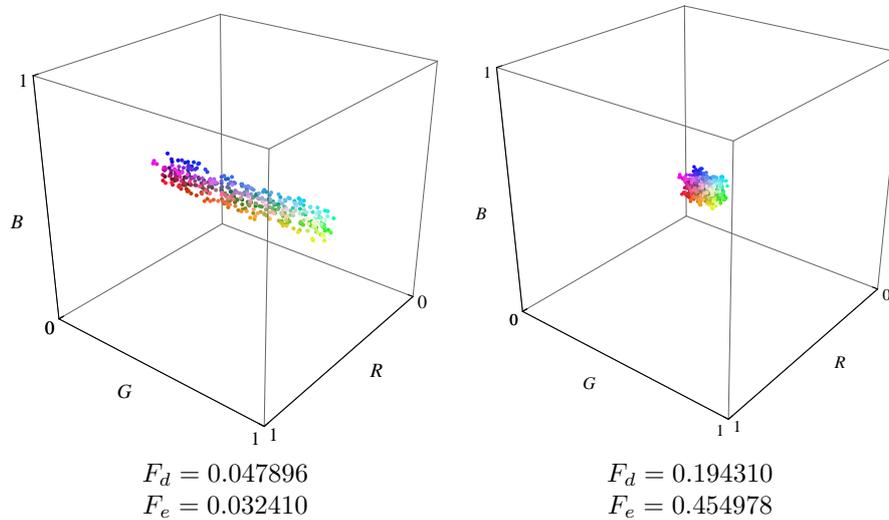


Abbildung 4.6: Hier wird gezeigt, wie sich eine Veränderung der Verteilung der Punktwolke auf $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ auswirkt. Je kugelförmiger die Verteilung der Punkte wird, desto stärker steigt der Fehler von $F_e(\mathcal{S})$ im Vergleich zu $F_d(\mathcal{S})$ an.

Sie wirken im Vergleich zu linearem RGB entlang einer Achse gestaucht. Dies führt zu dem eben beschriebenen Phänomen und erklärt die Ergebnisse von $F_e(\mathcal{S})$.

4.5.2 Verhältnis der Fehlerfunktionen

Wie in Abschnitt 4.5.1 festgestellt, stehen die Ergebnisse der beiden Fehlerfunktionen $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ nicht in linearem Verhältnis zueinander. Zur Bestimmung dieses Verhältnisses wurden die Tests aus Abschnitt 4.5.1 erweitert. Als Ausgangspunkt diente die Punktwolke aus Abbildung 4.6, die linearen und nicht-linearen Transformationen unterzogen wurden. Zum einen war dies eine Stauchung entlang der G -Achse, wie in Abbildung 4.6 zu sehen, zum anderen eine Gammafunktion. Dass sich die Resultate bei einer Skalierung entlang einer Achse ungleichmäßig verändern wurde bereits gezeigt, jedoch muss überprüft werden, ob dies auch durch eine Krümmung der Kurve geschieht. Die Ergebnisse der Fehlerfunktionen sind in Abbildung 4.7 zu sehen. Es ist zu erkennen, dass die Resultate von $F_e(\mathcal{S})$, auch bei der Verzerrung durch die Gammafunktion, stärker ansteigen, als jene von $F_d(\mathcal{S})$. Bei weiterer Analyse stellt sich heraus, dass das Verhältnis dieses Anstiegs annähernd quadratisch ist. Um die Veränderung gleichmäßig zu halten, muss eine Anpassung an Gleichung 4.14 vorgenommen werden. Da ein quadratischer

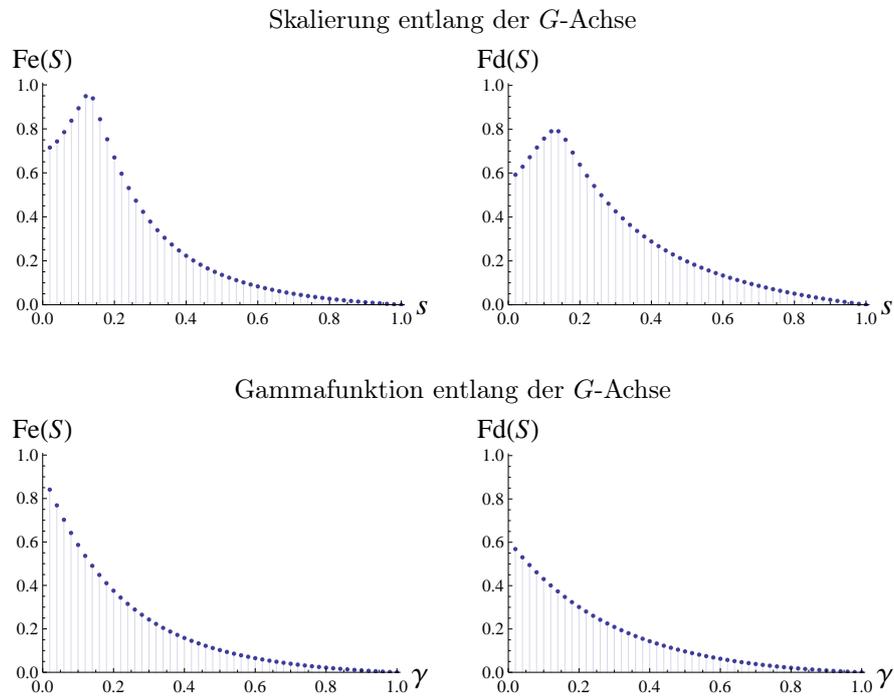


Abbildung 4.7: Hier ist die Veränderung der Fehlerfunktionen, aus den Gleichungen 4.12 und 4.17, bei einer linearen (Skalierung) und nicht-linearen Funktion (Gamma) zu sehen. s entspricht hierbei dem Skalierungsfaktor und γ dem Wert der Gammafunktion. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die Ergebnisse in einem Intervall von $[0, 1]$ dargestellt.

Zusammenhang besteht, ergibt sich

$$F_e(\mathbf{C}_i) = \sqrt{1 - \frac{\lambda_{i,1}}{\lambda_{i,1} + \lambda_{i,2} + \lambda_{i,3}}}. \quad (4.19)$$

Wird diese Funktion verwendet, so zeigt sich, dass die Veränderung der Ergebnisse annähernd gleichmäßig ausfällt (Abbildung 4.8). Wird diese Funktion auf die Farbräume angewandt, so ist zu erkennen, dass die neuen Ergebnisse gleichmäßiger ausfallen. Zwar schneiden CIE-XYZ und lineares RGB immer noch unterschiedlich ab, jedoch ist das Resultat beider Methoden annähernd gleich gut. Die neuen Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 und Abbildung 4.9 gezeigt.

Bleibt die Frage, welche der beiden Methoden zur Bestimmung des Fehlers zuverlässiger ist. Beide funktionieren für die getesteten Fälle richtig, weisen jedoch, wie eben gezeigt, unterschiedliche Charakteristiken auf. $F_e(\mathcal{S})$ lässt sich schneller berechnen, da hierzu lediglich die Eigenwerte einer Matrix nötig sind, während $F_d(\mathcal{S})$ zusätzlich eine Abstandsberechnung für jeden

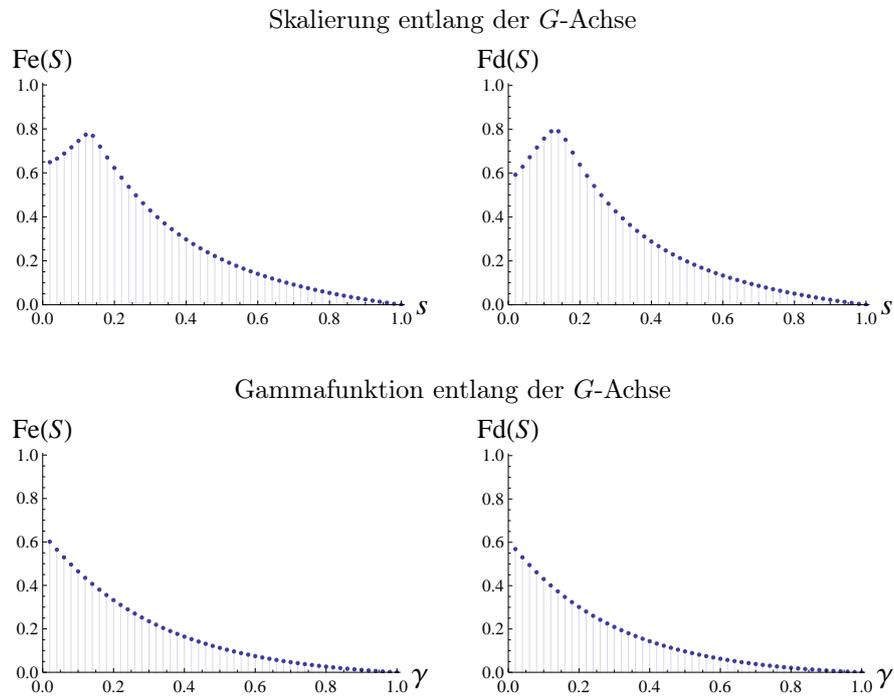


Abbildung 4.8: Diese Abbildung zeigt erneut einen Vergleich der beiden Methoden zur Fehlerbestimmung. Allerdings wurde Gleichung 4.14 bei diesem Versuch durch Gleichung 4.19 ersetzt, wodurch die Ergebnisse ähnlicher werden.

Farbraum	$F_d(\mathcal{S})$	$F_e(\mathcal{S})$
sRGB	0.018124	0.064720
lineares RGB	0.015091	0.051631
CIE-XYZ	0.014818	0.052128
CIE-LUV	0.012713	0.044293
CIE-LAB	0.020285	0.072013

Tabelle 4.3: Diese Tabelle zeigt die Ergebnisse der beiden Methoden zur Fehlermessung für die einzelnen Farbräume, wobei bei $F_e(\mathcal{S})$ Gleichung 4.19 zum Einsatz kam. Je größer der Wert, desto schlechter schneidet ein Farbraum ab.

Messpunkt im Raum durchführt. Im Laufe der folgenden Messungen und Berechnungen werden beide Methoden als gleichwertig gesehen und gemeinsam eingesetzt, um eine bessere Beurteilung der Ergebnisse zu ermöglichen.

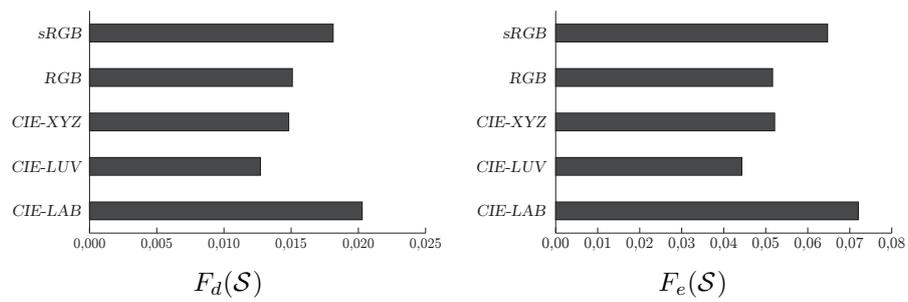


Abbildung 4.9: Eine graphische Darstellung der Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ zur besseren Veranschaulichung. Je länger die Balken, desto schlechter schneidet ein Farbraum ab. Gut sind die im Vergleich zu Abbildung 4.5 verbesserten Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ für lineares RGB und CIE-XYZ zu sehen.

Kapitel 5

Konzeption eines entzerrten Farbraums

Wie bereits mehrfach dargelegt, ist keiner der gebräuchlichen Farbräume gut für die Anwendung linearer Filter geeignet. Trotz Unterschieden in der Qualität kommt es bei allen zu unnatürlichen Mischfarben.

Deshalb sollen die in den Kapiteln 3 und 4 gewonnenen Daten zur Erstellung eines neuen Farbraums genutzt werden. Dieser soll die, durch lineare Filter entstehenden Farbfehler minimieren. Hierbei wird kein von Grund auf neuer Farbraum erstellt, sondern ein bestehender so verzerrt werden, dass er den gestellten Anforderungen entspricht. Im Folgenden wird die Herangehensweise an dieses Problem beschrieben.

5.1 Eigenschaften des entzerrten Farbraums

Das neue Farbmodell muss einige grundlegende Eigenschaften erfüllen, um den Anforderungen, die an ihn gestellt werden, gerecht zu werden. Er muss folgende Kriterien erfüllen:

- Konvexität des RGB Farbwürfels
- Invertierbarkeit
- Erhalten korrekter Schwarz-Weiß Übergänge
- Schnelle Berechnung

Der entstehende Farbraum muss garantieren, dass der RGB Würfel konvex bleibt, da es, wie in Kapitel 2 erläutert, bei der Anwendung linearer Filter nur zu Mischfarben kommt, die auf einer Geraden zwischen den beiden Ausgangsfarben liegen. Bleibt der RGB Raum nicht konvex, so kann dies zu Ergebnissen im neuen Farbraum führen, die bei der Rückrechnung außerhalb der definierten RGB Farben liegen.

Des Weiteren ist die Invertierbarkeit von Bedeutung. Eine Transformation in den neuen Farbraum \mathcal{S}' wird vor dem Anwenden einer oder mehrerer

linearer Operationen durchgeführt. Nach Abschluss dieser Bildoperationen werden die Daten wieder in ihren ursprünglichen Farbraum übergeführt, die dann für die weitere Verarbeitung beziehungsweise die Anzeige auf den Endgeräten genutzt werden. Um dies zu gewährleisten, müssen alle verwendeten Funktionen invertierbar sein.

Darüber hinaus muss sichergestellt sein, dass der Übergang von Schwarz zu Weiß auf einer Geraden bleibt. Liegen die Grauwerte nicht auf dieser Linie, so kommt es in den resultierenden Bildern zu Farbstichen. Diese würden dem Betrachter sofort negativ auffallen.

Eine schnelle Berechnung ist ebenfalls wichtig, da nur dadurch ein tatsächlicher Einsatz des Farbraums ermöglicht werden kann. Wie bereits erwähnt, soll die Transformation in beziehungsweise aus dem Farbraum vor und nach dem Anwenden linearer Filter geschehen. Dies ist in der Praxis allerdings nur denkbar, wenn eben diese Berechnungen schnell durchzuführen sind, denn für den Anwender sind Wartezeiten inakzeptabel, auch wenn es sich nur um wenige Sekunden handelt. Wird keine ausreichende Geschwindigkeit erreicht, so wird der Benutzer auf die Umrechnung verzichten und die schlechteren Ergebnisse der bisherigen Farbräume in Kauf nehmen.

5.2 Das Optimierungsproblem

Ausgehend von diesen Eigenschaften soll ein Farbraum \mathcal{S}^r errechnet werden, der die in Kapitel 4 beschriebenen Fehlerfunktionen $F_d(\mathcal{S}^r)$ beziehungsweise $F_e(\mathcal{S}^r)$, die die Zielfunktion repräsentieren, minimiert. Hierzu wird eine Transformation T mit einer beliebigen Anzahl an Parametern $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ gesucht, für die

$$F_d(T_\beta(\mathcal{S}^o)) \longrightarrow \min \quad (5.1)$$

beziehungsweise

$$F_e(T_\beta(\mathcal{S}^o)) \longrightarrow \min \quad (5.2)$$

gilt, wobei es sich bei \mathcal{S}^o um den Ausgangsfarbraum handelt und durch

$$\mathcal{S}^r = T_\beta(\mathcal{S}^o) \quad (5.3)$$

der begradigte Raum \mathcal{S}^r errechnet werden kann. T kann sich aus einer beliebigen Kombination von

- linearen Transformationen und
- nicht-linearen, invertierbaren, komponentenweisen Funktionen

zusammensetzen. Die Voraussetzungen aus Abschnitt 5.1 müssen dabei erfüllt bleiben. Ziel ist es durch diese Kombination eine Transformation zu finden, die den Ausgangsfarbraum möglichst optimal verzerrt.

Wie bereits in Kapitel 4 dargestellt, liefern beide Fehlerfunktionen leicht unterschiedliche Ergebnisse bezüglich der Qualität eines Farbsystems. Um ein aussagekräftiges Resultat zu erhalten, wurde überlegt beide zu kombinieren und den entstehenden Term

$$F_d(T_\beta(\mathcal{S}^\circ)) + F_e(T_\beta(\mathcal{S}^\circ)) \longrightarrow \min \quad (5.4)$$

zu minimieren. Durch die Kombination von $F_d(T_\beta(\mathcal{S}^\circ))$ und $F_e(T_\beta(\mathcal{S}^\circ))$ soll sichergestellt werden, dass sich beide Fehlerfunktionen verbessern. Es zeigte sich jedoch, dass das Errechnen von $F_d(T_\beta(\mathcal{S}^\circ))$ zu einem starken Einbruch in der Geschwindigkeit des Optimierungsalgorithmus führt, weshalb diese Idee verworfen wurde. Die Optimierung wurde anhand der Resultate von $F_e(T_\beta(\mathcal{S}^\circ))$ durchgeführt. Nach der Errechnung der Parameter wurde überprüft, ob beide Fehlerfunktionen für diese Parameter bessere Ergebnisse liefern. War dies nicht der Fall, so wurden sie verworfen.

5.2.1 Mögliche Transformationen

Nachfolgend aufgelistet sind jene Operationen, deren Verwendung für die Optimierung in Betracht gezogen wurde. Die Funktionen wurden so gewählt, dass sie den in Abschnitt 5.1 gestellten Anforderungen entsprechen.

Gammafunktion

Die Gammafunktion ist definiert durch

$$y = f_\gamma(x) = x^\gamma, \quad (5.5)$$

wobei der Parameter γ den Gammawert beschreibt. Zwei Beispiele für eine Gammakurve sind in Abbildung 5.1 zu sehen. Wird die Gammafunktion innerhalb eines Intervalls $[0, 1]$ verwendet, so bleibt auch der Funktionswert x^γ im Intervall $[0, 1]$ unabhängig von γ . Weiters verläuft die Funktion immer durch die Punkte $(0, 0)$ und $(1, 1)$. Bei einem γ von 1 gilt $f_\gamma(x) = x$, was einer diagonalen Linie entspricht. Die invertierte Gammafunktion entspricht wieder einer Gammafunktion, in der Form

$$x = f_\gamma^{-1}(y) = y^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (5.6)$$

Ein Problem dieser einfachen Gammafunktion ist der Anstieg in der Nähe des Nullpunktes bei $\gamma < 1$, der zu einer extremen Verstärkung der Eingabewerte führt. Darüber hinaus ist die Funktion am Nullpunkt theoretisch nicht invertierbar [4].

In der Regel wird dieses Problem gelöst, indem in einem kleinen Intervall $0 \leq x \leq x_0$ um den Nullpunkt die Funktion durch eine Gerade angenähert wird. Somit teilt sich die Funktion

$$f_{\gamma, x_0}(x) = \begin{cases} s \cdot x & \text{wenn } 0 \leq x \leq x_0 \\ (1 + d) \cdot x^\gamma - d & \text{wenn } x_0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (5.7)$$

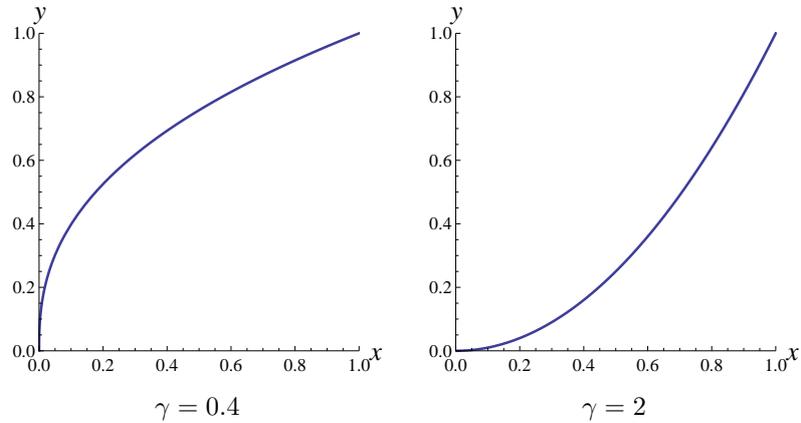


Abbildung 5.1: Zwei Beispiele für eine Gammakurve, mit einem γ größer beziehungsweise kleiner 1. Ein γ von 1 würde einer geraden Linie entsprechen.

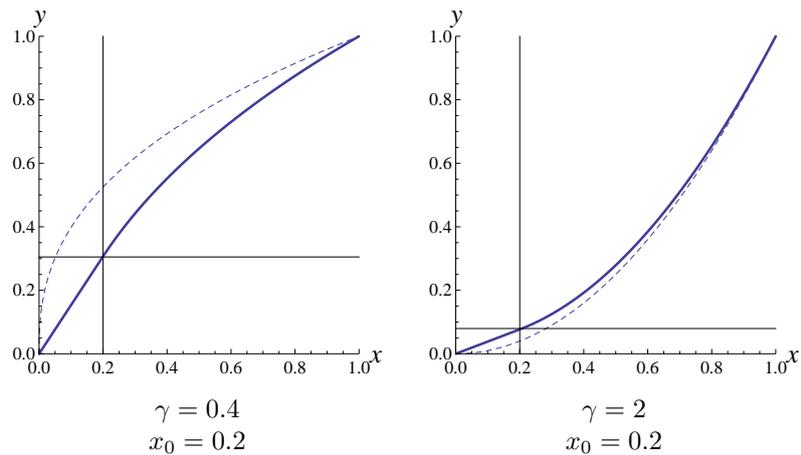


Abbildung 5.2: Hier sind zwei Beispiele der modifizierten Gammafunktion aus Gleichung 5.7 abgebildet. Die unterbrochene Kurve zeigt die originale Funktion mit dem jeweiligen Gammawert.

in zwei Abschnitte, einen linearen von 0 bis x_0 und einen nicht-linearen von x_0 bis 1, wobei

$$s = \frac{\gamma}{x_0(\gamma - 1) + x_0^{(1-\gamma)}} \quad \text{und} \quad d = \frac{1}{x_0^\gamma(\gamma - 1) + 1} - 1 \quad (5.8)$$

gilt [4]. Ein Beispiel für dieses Verfahren ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

Eine weitere Möglichkeit das Problem zu umgehen ist, die Funktion mit einem Offset d vom Nullpunkt zu berechnen und anschließend auf das Inter-

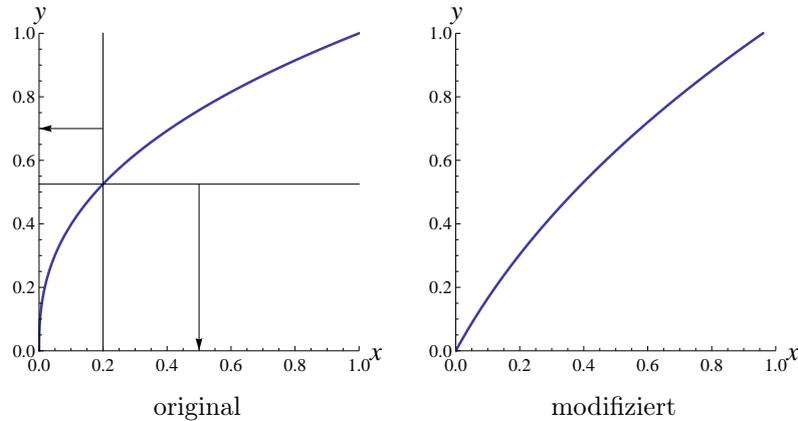


Abbildung 5.3: Hier ist das Ergebnis der modifizierten Gammafunktion aus Gleichung 5.9 zu sehen. Die Funktion ab d wird auf das Intervall $[0, 1]$ gestreckt. Je kleiner d gewählt wird, desto ähnlicher werden sich die originale und modifizierte Funktion. In diesem Fall entspricht $d = 0.2$ und $\gamma = 0.4$.

vall $[0, 1]$ zu strecken, wie in Abbildung 5.3 zu sehen. Dies führt zu

$$y = f_{\gamma,d}(x) = \frac{\left(\frac{x}{1+d} + d\right)^\gamma - d^\gamma}{1 - d^\gamma}, \quad (5.9)$$

mit der inversen Funktion

$$x = f_{\gamma,d}^{-1}(y) = (1+d) \cdot \left[(y \cdot (1 - d^\gamma) + d^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}} - d \right]. \quad (5.10)$$

Beide Anpassungen führen zu ähnlichen Ergebnissen, wobei letztere nicht in einen linearen und nicht-linearen Teil aufgeteilt werden muss.

Ein Nachteil der Gammafunktionen ist die Tatsache, dass es bei negativem x und $\gamma < 1$ zu nicht definierten Ergebnissen kommt. Für $x = -0.4$ und $\gamma = 0.5$ in Gleichung 5.5 ergibt sich beispielsweise

$$y = f_\gamma(x) = x^\gamma = -0.4^{0.5} = \sqrt{-0.4} \quad (5.11)$$

und die Quadratwurzel einer negativen Zahl ist nicht definiert. Selbiges Problem tritt auch in Gleichung 5.9 für $\gamma < 1$ und

$$\left(\frac{x}{1+d} + d\right)^\gamma < 0 \quad (5.12)$$

auf. Sollte eine Gammafunktion in der hier gezeigten Form zur Anwendung kommen, so muss entsprechend auf solche Spezialfälle reagiert werden.

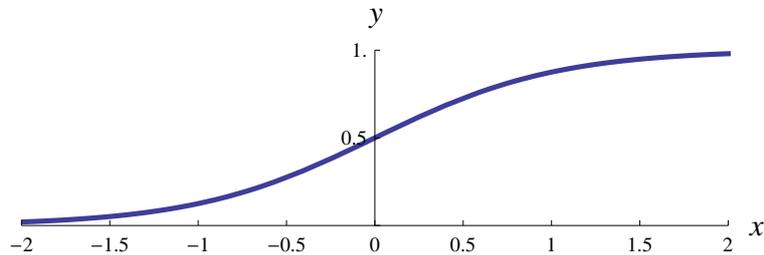


Abbildung 5.4: Ein Beispiel für eine logistische Funktion.

Logistische Funktion

Eine logistische Funktion der Form

$$y = f_a(x) = \frac{1}{1 + a^{-x}} \quad (5.13)$$

für jedes $a > 1$, entspricht, wie in Abbildung 5.4 zu sehen, einer s-förmigen Kurve, wobei sie die Eigenschaft hat in einem kleinen Intervall um $x = 0$ linear zu sein. Mit dieser Funktion lassen sich s-förmige Krümmungen, wie sie in den Messungen aus Kapitel 3 auftreten, aus dem Farbraum entfernen. Eine der oben gezeigten Gammafunktionen ist dazu nicht in der Lage. Die Inverse der Funktion ist durch

$$x = f_a^{-1}(y) = -\log\left(\frac{1}{y} - 1\right) = \frac{\log\left(\frac{1}{y} - 1\right)}{\log(a)} \quad (5.14)$$

gegeben. Sie arbeitet, im Gegensatz zu den Gammafunktionen, auch mit Eingabewerten $x < 0$ zuverlässig, sodass keine gesonderte Behandlung dieser notwendig ist.

Eine allgemeinere Version dieser Funktion ist durch

$$y = f_{a,k}(x) = \frac{1}{1 + a^{-k \cdot x}}, \quad (5.15)$$

mit der Inversen

$$x = f_{a,k}^{-1}(y) = \frac{\log\left(\frac{1}{y} - 1\right)}{\log(a^{-k})} \quad (5.16)$$

für $k \neq 0$ gegeben, wobei k die Steigung der Funktion bestimmt.

Matrix Transformation

Bei einer Matrix Transformation handelt es sich um eine lineare Abbildung. Sie kommt beispielsweise bei der Umrechnung von RGB zu CIE-XYZ und

umgekehrt zum Einsatz [17]. Die dort verwendete 3×3 Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

verfügt über 9 Freiheitsgrade, ist jedoch nicht in der Lage, eine Translation abzubilden. Um diese ebenfalls in der Matrix unterzubringen, muss \mathbf{A} um eine Dimension erweitert werden, wodurch sich

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_y \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

ergibt. $\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$ repräsentiert nun die Translation. Matrizen dieser Form sind aus der Computergraphik bekannt, in der Rotation, Translation und Skalierung in einer Matrix kombiniert werden, um Rechenzeit zu sparen.

Wird diese Matrix, die lediglich über 12 Freiheitsgrade verfügt, durch eine mit 15 Freiheitsgraden ersetzt, so ist das Resultat eine Transformation, die zwar weiterhin Geraden und Flächen, jedoch nicht die Abstandsverhältnisse zwischen diesen erhält. Darüber hinaus ist sie nicht-linear und nicht-homogen. Eine solche Abbildung

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

wäre in der Lage, den Raum ungleichmäßig zu verzerren. Es gilt jedoch zu beachten, dass die als Vektoren interpretierten Farbwerte hierzu um eine homogene Koordinate erweitert werden müssen, sodass

$$\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

gilt. Um die homogenen Werte von \hat{x} , \hat{y} und \hat{z} zu erhalten, müssen diese durch die homogene Koordinate h dividiert werden, wodurch sich

$$x' = \frac{\hat{x}}{h} = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}}{a_{41} + a_{42} + a_{43} + 1}, \quad (5.21)$$

$$y' = \frac{\hat{y}}{h} = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}}{a_{41} + a_{42} + a_{43} + 1}, \quad (5.22)$$

$$z' = \frac{\hat{z}}{h} = \frac{a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}}{a_{41} + a_{42} + a_{43} + 1}, \quad (5.23)$$

für die einzelnen Komponenten ergibt.

5.2.2 Kombination der Funktionen

Die in Abschnitt 5.2.1 angeführten Operationen müssen so zusammengefügt werden, dass die sich ergebende Transformation T eine möglichst starke Verbesserung von \mathcal{S}^o zulässt, ohne dabei die Voraussetzungen aus Abschnitt 5.1 zu verletzen. T muss in jedem Fall eine nicht-lineare Funktion f erhalten, da nur diese in der Lage sind, die Kurvenkrümmungen zu beseitigen. Diese wird komponentenweise auf \mathbf{c}^o angewandt, sodass sich minimal

$$T = f(\mathbf{c}^o) \quad (5.24)$$

ergibt, wobei \mathbf{c}^o eine zu transformierende Farbe aus dem Ausgangsfarbraum \mathcal{S}^o beschreibt. Es gilt zu beachten, dass auf alle Komponenten von \mathbf{c}^o die gleiche Funktion f angewandt werden muss. Wird dies nicht gewährleistet, hat es eine Krümmung der Schwarz-Weiß Geraden zur Folge. Dies würde eine der Eigenschaften des neuen Farbraums nicht erfüllen.

Eine vorangestellte lineare Operation ist in der Lage, die Ergebnisse von $f(\mathbf{c}^o)$ zu beeinflussen. Es darf sich hierbei jedoch nur um eine Translation und Skalierung handeln. Eine Verzerrung oder Drehung hätte zur Folge, dass, durch die nachgestellte nicht-lineare Funktion, der RGB Farbwürfel nicht konvex bleibt. Daraus ergibt sich, dass eine Kombination

$$T = f_2(\mathbf{A} \cdot f_1(\mathbf{c}^o)), \quad (5.25)$$

bei der f_1 und f_2 jeweils komponentenweise nicht-lineare Funktionen sind und \mathbf{A} der in Abschnitt 5.2.1 gezeigten Matrix entspricht, nicht möglich ist. \mathbf{A} führt zu einer Verzerrung und Drehung des Farbraums, ähnlich der Abbildung von linearem RGB zu CIE-XYZ. Diese Transformation hält den RGB Würfel konvex, jedoch ist dies durch eine nachgestellte nicht-lineare komponentenweise Operation nicht gewährleistet. Dies hat zur Folge, dass die möglichen Kombinationen für den Übergang von \mathcal{S}^o in \mathcal{S}^f stark eingeschränkt sind. Eine komplexe Verschachtelung wäre ohnehin nicht erstrebenswert, da sich die Berechnungszeit stark erhöhen würde. Wird f_2 aus eben genanntem Grund weggelassen, so ergibt sich

$$T = \mathbf{A} \cdot f_1(\mathbf{c}^o), \quad (5.26)$$

was die Frage offen lässt, ob \mathbf{A} , ohne eine nachgestellte nicht-lineare Funktion, eine Verbesserung des Farbraums mit sich bringen kann. Wie in 5.2.1 dargelegt, erhält eine solche Transformation Geraden und Flächen, jedoch wird die Krümmung der gemessenen Kurven beeinflusst, was zu einer Veränderung der Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ führt. Da es sich hierbei jedoch lediglich um eine Streckung der Punktwolke, wie in Abbildung 4.4 gezeigt, handelt, kann eine solche Operation zu keiner tatsächlichen Verbesserung der Resultate führen.

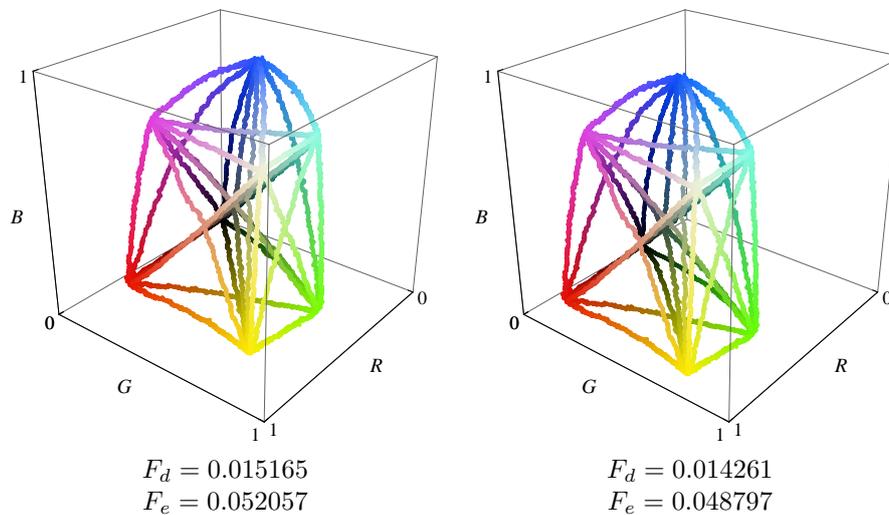


Abbildung 5.5: Hier wird gezeigt, dass eine lineare Transformation in Kombination mit einer nicht-linearen Operation zu einer Verbesserung der Ergebnisse führen kann. Als Ausgang für diesen Test dienten die Daten, die in Abbildung 5.8 zu sehen sind. Das linke Bild zeigt die Auswirkungen einer Gammafunktion, mit $\gamma = 0.7$. Rechts wurde dieser Funktion eine Translation entlang der R -Achse um 0.2 vorangestellt. Klar ist eine Verbesserung der Resultate der Fehlerfunktionen zu erkennen.

Dies hat eine weitere Einschränkung der möglichen Transformationen zur Folge. Resultat ist eine Operation der Form

$$T = f(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{c}^o), \quad (5.27)$$

wobei \mathbf{Q} eine Matrix beschreibt, die nur eine gleichmäßige Translation und Skalierung entlang aller Achsen enthalten darf, da sonst, wie bereits beschrieben die Konvexität des RGB Farbwürfels nicht garantiert werden kann. Es stellt sich die Frage, ob eine Translation oder Skalierung der Daten eine Verbesserung des Ergebnisses bewirken kann? Wie bereits in Abschnitt 4.4 gezeigt, führen diese Transformationen alleine zu keiner Veränderung des Farbraums. Die Änderung der Kurvenkrümmung tritt erst mit anwenden einer nicht-linearen Operation in Kraft. Ist eine solche lineare Operation überhaupt von Nöten um die Optimierung zu verbessern? Obwohl Translation und Skalierung keine Veränderung bringen, können sie, gepaart mit einer nachgestellten nicht-linearen Funktion zu besseren Ergebnissen führen, als diese alleine. Ein Beispiel hierfür ist in Abbildung 5.5 zu sehen.

Da es sich bei f um eine komponentenweise Funktion handelt, wurde in Betracht gezogen, auf die einzelnen Komponenten einer Farbe unterschiedliche Operationen anzuwenden. Auch wurde überlegt nicht-lineare Transformationen nur auf einen Teil der Komponenten anzuwenden, um die

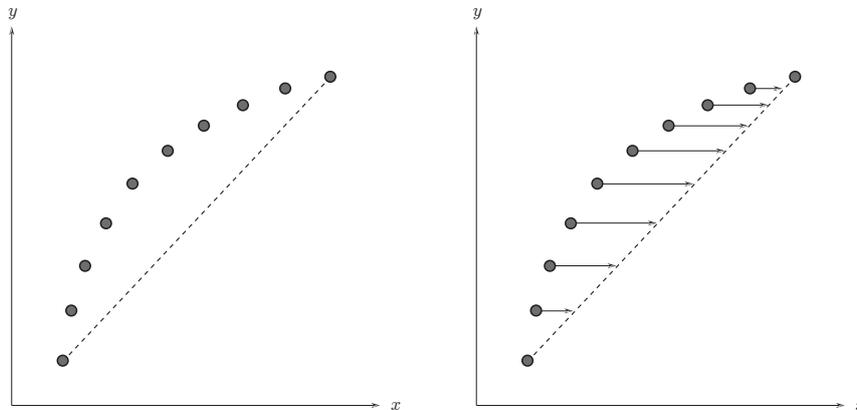


Abbildung 5.6: Hier ist zu sehen, dass im zwei-dimensionalen Raum lediglich eine Verschiebung entlang einer Achse (in diesem Fall die x -Achse) notwendig ist, um alle gezeigten Punkte auf eine Gerade zu bringen.

Berechnung zu beschleunigen. Zur Begradigung einer Linie in einem zwei-dimensionalen Raum ist die Anwendung einer solchen Operation auf eine Dimension ausreichend, um eine Kurve zu begradigen, was in Abbildung 5.6 gezeigt wird. Ähnliches gilt für drei-dimensionale Räume, in denen eine nicht lineare Funktion auf zwei der drei Komponenten ausreichend ist. Somit kann jedoch nicht garantiert werden, dass der Übergang von Schwarz auf Weiß auf einer geraden Linie bleibt. Deshalb wird auf jeden Farbkanal dieselbe Funktion f angewandt.

5.2.3 Probleme mit trivialen Lösungen

Es gilt zu beachten, dass weder $F_d(\mathcal{S})$ noch $F_e(\mathcal{S})$ Rücksicht auf die Ausdehnung und Form des Farbraums nehmen, wenn sie dessen Fehler berechnen. Sie bestimmen lediglich die Krümmung der gemessenen Kurven. Dies hat zur Folge, dass der Fehlerterm mit einfachen Transformationen minimiert werden kann. Ein Beispiel hierfür ist eine Matrixmultiplikation der Form

$$\begin{pmatrix} x^r \\ y^r \\ z^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x^o \\ y^o \\ z^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z^o \end{pmatrix}, \quad (5.28)$$

wobei $\mathbf{c}^o = (x^o, y^o, z^o)^T$ eine Farbe im Ausgangsfarbraum darstellt und $\mathbf{c}^r = (x^r, y^r, z^r)^T$ deren Gegenstück im begradigten Farbraum. Eine Transformation dieser Art hat eine Verschiebung aller Punkte auf eine Linie zur Folge, wie in Abbildung 5.7 zu sehen ist. Da sich alle gemessenen Punkte auf einer Geraden befinden, liefern $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ ein optimales Ergebnis. Auf diese Weise würde der Farbraum jedoch zerstört werden, da die Infor-

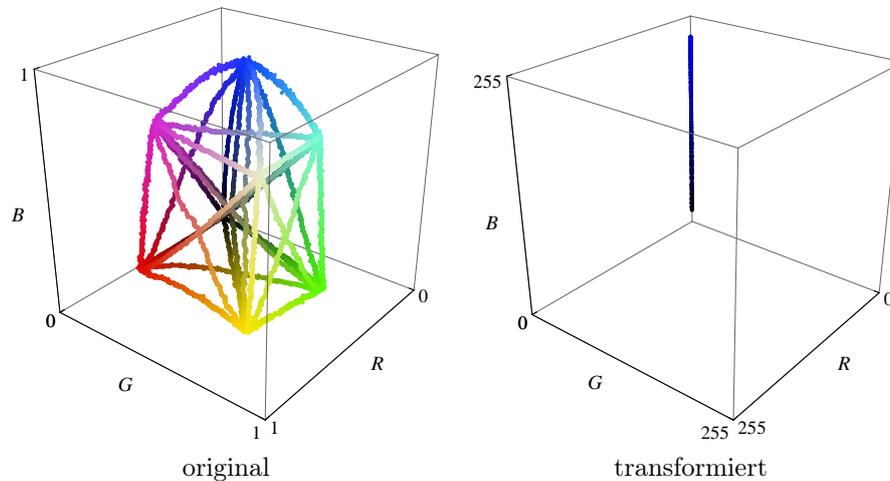


Abbildung 5.7: Hier wird die Auswirkung der Transformation aus Gleichung 5.28 dargestellt. Wie zu sehen ist, hat sie eine Verschiebung aller Punkte und somit des gesamten Farbraums auf die B -Achse zur Folge.

mationen von x^o und y^o verloren gehen und die Transformation nicht mehr invertierbar ist.

Es gilt zu beachten, dass das Problem bei der verwendeten Transformation aus Gleichung 5.27 in dieser Form nicht auftreten kann, da sie nur gleichmäßige Skalierungen zulässt. Zu Beginn der Überlegungen wurde eine solche Matrixtransformation in Betracht gezogen, da die damit verbundene Zerstörung der Konvexität des RGB Farbwürfels erst später erkannt wurde. Eine gleichmäßige Skalierung $s = 0$ führt ebenfalls zu einer Minimierung von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$, zerstört jedoch den Farbraum.

Um ein Zerstören des Farbraums zu verhindern, wurden Abänderungen an der zu minimierenden Funktion in Betracht gezogen. So wurde beispielsweise überlegt, die Eckpunkte des Farbraums festzusetzen, sodass sich diese nach der Transformation in \mathcal{S}^r wieder an derselben Stelle befinden wie in \mathcal{S}^o . Hierbei würden ebenfalls beliebige lineare und nichtlineare Operationen auf den Raum angewendet werden, die diesen begründen. An deren Ende folgt eine Transformation, die die Eckpunkte wieder an ihren Ausgangspunkt bringt. Eine Umsetzung wurde nicht in Betracht gezogen, da dies eine zusätzliche Operation verlangt und die Rechenzeit negativ beeinflusst. Weiters ist durch eine solche Vorgehensweise die Verzerrung des Farbraums stark eingeschränkt.

Eine weitere Möglichkeit ist die Aufrechterhaltung des Volumens des RGB Farbwürfels im entzerrten Farbraum. Diese Überlegung wurde verworfen, da ein Rechteck mit den Dimensionen $1 \times 1 \times 1000$ dasselbe Volumen besitzt, wie ein gleichmäßiger Würfel mit den Ausdehnungen $10 \times 10 \times 10$. Somit lässt sich ein Ergebnis, wie in Abbildung 5.7 gezeigt nicht unterbinden.

Eine weitere Möglichkeit ist die Erweiterung der zu minimierenden Funktion. Gesucht wird eine Gleichung $g(\mathcal{S})$, die eine Aussage darüber trifft, ob ein Farbraum valide ist. Durch eine Kombination mit Gleichung 5.2 ergibt sich mit

$$F_e(T_\beta(\mathcal{S}^o)) + g(\mathcal{S}^r) \rightarrow \min \quad (5.29)$$

eine neue, zu minimierende Funktion. $g(\mathcal{S}^r)$ muss so definiert sein, dass sie, solange ein Farbraum als intakt angesehen wird, nicht stärker gewichtet wird, als $F_e(T_\beta(\mathcal{S}^o))$, um die Verbesserung nicht einzuschränken. Die Gleichung muss zum Tragen kommen, wenn T den Raum unbrauchbar macht. $g(\mathcal{S})$ muss sicherstellen, dass die Seitenverhältnisse der einzelnen Achsen nicht zu stark voneinander abweichen. Hierzu eignen sich die Eigenwerte der in 4.4 gezeigten Matrix \mathbf{M} . Das Verhältnis von λ_1 , λ_2 und λ_3 , das in Gleichung 4.19 zur Messung des Fehlers einer Kurve nutzt, wird nicht auf jeden Run einzeln, sondern auf alle Runs gleichzeitig angewandt. Daraus ergibt sich

$$g(\mathcal{S}) = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}}, \quad (5.30)$$

wobei λ_1 dem größten Eigenwert entspricht. Es gilt zu beachten, dass der Wertebereich der Ergebnisse im Intervall $[\frac{1}{3}, 1]$ liegt, wobei gilt, je größer der Wert, desto stärker ist die Zerstörung des Farbraums. Um das Intervall der Resultate auf $[0, \frac{2}{3}]$ zu bringen, wird eine Modifikation an $g(\mathcal{S})$ durchgeführt, wodurch sich

$$g(\mathcal{S}) = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}} - \frac{1}{3} \quad (5.31)$$

ergibt. Diese zusätzliche Eigenschaft der zu minimierenden Funktion soll eine Zerstörung des Farbraums verhindern, da das Resultat von $g(\mathcal{S})$ diese negativ beeinflusst, sobald der Raum zu kollabieren beginnt.

Eine weitere Möglichkeit diesen Effekt zu erzielen ist die Verringerung der Freiheitsgrade der Matrix \mathbf{A} aus 5.20. Es gilt zu beachten, dass die Verwendung einer Matrix dieser Form, in Kombination mit einer nicht-linearen Funktion, die Konvexität des RGB Würfels nicht aufrechterhält und die Matrix alleine keine Verbesserung bringt. Aus diesem Grund wurde von der Verwendung in der finalen Funktion abgesehen. \mathbf{A} verfügt in der gezeigten Form über 15 Freiheitsgrade, wobei bei Betrachtung der Gleichungen 5.21, 5.22 und 5.23 zu sehen ist, dass es sich bei den Werten a_{41} , a_{42} und a_{43} um eine Skalierung handelt. Eine Skalierung ist auch über a_{11} , a_{22} und a_{33} realisierbar und somit ist die letzte Zeile von \mathbf{A} redundant und kann ignoriert werden. Darüber hinaus führt eine Skalierung der Daten zu einer unerwünschten Verbesserung der Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ in der Art, die in Abschnitt 5.2.3 gezeigt wurde. Ein Ignorieren der Elemente a_{11} , a_{22}

und a_{33} kann das Zerstören des Farbraums somit ebenfalls verhindern. Die resultierende Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & 1 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & 1 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

besitzt 9 Freiheitsgrade und ist in der Lage, eine Scherung und Translation abzubilden [1]. Die Verringerung der Parameter hat darüber hinaus eine schnellere und zuverlässigere Berechnung des Optimierungsalgorithmus zur Folge.

5.3 Ausgangsfarbraum

Da von einem bereits bestehenden System ausgegangen wird, gilt es zuerst das passende Modell zu finden. sRGB und CIE-LAB scheiden von vornherein aus, da sie, wie in Kapitel 4 zu sehen, die schlechtesten Ergebnisse liefern. Des Weiteren verfügen beide bereits über eine nichtlineare Komponente (Gamma-Korrektur). CIE-LUV bringt die besten Ergebnisse, folglich würde er sich als Startpunkt anbieten. Doch der RGB Farbwürfel ist nicht konvex, was eine Grundbedingung des zu errechnenden Farbraums darstellt. Aus diesem Grund fällt CIE-LUV als Ausgangspunkt aus. Bleiben RGB und CIE-XYZ, die beide gute Resultate bringen und linear sind. CIE-XYZ ist, wie in Kapitel 2 beschrieben, der Standard, auf dem moderne Farbräume aufbauen. Es gilt jedoch zu beachten, dass der RGB Farbwürfel in CIE-XYZ konvex, allerdings verzerrt, ist. Diese Verzerrung verhindert das Anwenden einer nicht-linearen Funktion bei der Verbesserung des Farbraums, da RGB nicht konvex bleiben würde. Eine nicht-lineare Operation garantiert nur im RGB Raum, dass dieser konvex bleibt, weshalb RGB als Ausgangsfarbraum gewählt wurde. Abbildung 5.8 zeigt die in Kapitel 3 gemessenen Farbübergänge in linearem RGB, zusammen mit den in Kapitel 4 berechneten Fehlern. Diese Daten dienen als Ausgangspunkt der Optimierung.

5.4 Umsetzung

Hier wird das Vorgehen bei der Berechnung des entzerrten Farbraums beschrieben. Das in Abschnitt 4.5.1 beschriebene Phänomen, dass sich die Ergebnisse von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ in unterschiedliche Richtungen entwickeln, wurde durch die Anpassungen in Gleichung 4.19 minimiert, tritt aber unter Umständen in kleinen Bereichen auf. Ein Farbmodell wird nur dann als verbessert eingestuft, wenn sich beide Fehlerwerte verbessern. Zur Verbesserung des Farbraums kam eine Transformation in der Form

$$\mathbf{c}^r = f(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{c}^o) \quad (5.33)$$

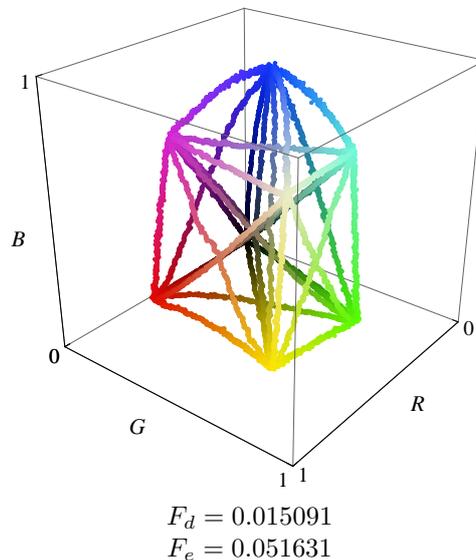


Abbildung 5.8: Hier sind die Messungen aus Kapitel 3, sowie deren Fehler aus Kapitel 4 abgebildet. Diese Daten dienen als Ausgangspunkt zur Optimierung des Farbmodells.

zum Einsatz, wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben. Q darf hierbei nur eine gleichmäßige Skalierung und Translation enthalten. Als f kamen abwechselnd alle in Abschnitt 5.2.1 gezeigten nicht-linearen Funktionen zum Einsatz. Zu finden sind jene Parameter für f und Q , sodass diese Kombination den Farbraum „optimal“ verzerrt. Hierbei handelt es sich um ein mehrdimensionales nicht-lineares Optimierungsproblem, das manuell nicht zu lösen ist. Aus diesem Grund kam ein automatisiertes Optimierungsverfahren zum Einsatz.

5.4.1 Levenberg-Marquardt Algorithmus

Der Levenberg-Marquardt Algorithmus [12] ist ein Standardverfahren zur Lösung von nicht-linearen Optimierungsproblemen. Es zeichnet sich dadurch aus, dass es, auch bei schlechten Startparametern, gute Ergebnisse findet. Zum Einsatz kam eine fertig implementierte Lösung für Java¹, der die Daten, sowie die Startwerte der Parameter übergeben wurden.

Bei ersten Versuchen den Algorithmus anzuwenden zeigte sich, dass die gefundenen Parameter den Farbraum unbrauchbar machen, ein Phänomen, das bereits in Abschnitt 5.2 erläutert wurde. Zwei Beispiele hierfür sind in Abbildung 5.9 zu sehen. Es trat auch bei wiederholter Durchführung der Optimierung auf, sodass keine der erhaltenen Parameter brauchbar waren.

¹<http://users.utu.fi/jaolho/>

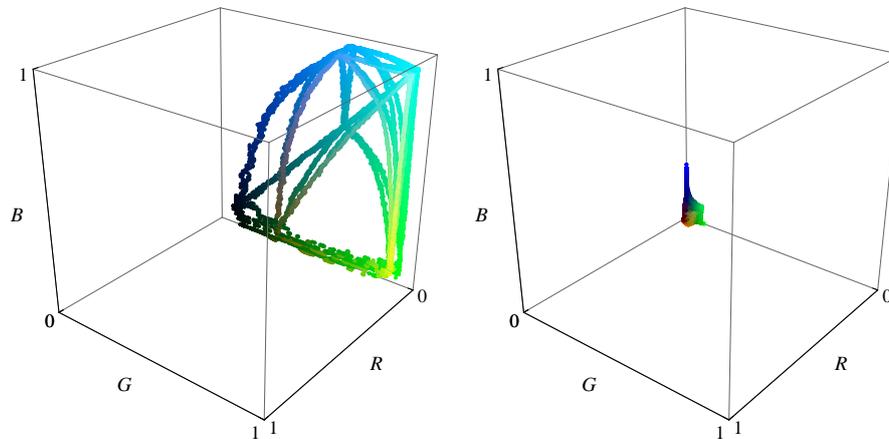


Abbildung 5.9: Hier sind zwei Ergebnisse gezeigt, die die Optimierung lieferte. Es ist klar zu sehen, dass der Farbraum durch die Transformation unbrauchbar geworden ist.

Aus diesem Grund wurde versucht Wege zu finden, dieses Verhalten zu unterbinden. Die in Abschnitt 5.2.3 beschriebenen Anpassungen führten zwar zur Aufrechterhaltung des Farbraums, doch die besten Resultate lieferte die Anpassung der Startparameter. Durch die Wahl besserer Parameter kann erreicht werden, dass die Berechnung in ein lokales Minimum fällt. Zum Finden besserer Startpunkte wurden manuelle Transformationen durchgeführt, wobei darauf geachtet wurde, den Farbraum einerseits zu verbessern und ihn andererseits nicht zu zerstören. Es zeigte sich, dass bessere Startparameter tatsächlich zur Erhaltung des Farbraums beitragen.

5.4.2 Technische Umsetzung

Das Auslesen der Bildinformationen aus Kapitel 3 erfolgte über ein, in Java² geschriebenes, *ImageJ*³ Plug-In. Dies ermöglichte ein schnelles und unkompliziertes Verarbeiten der Informationen. Da *ImageJ* nicht in der Lage ist, mit dem RAW Format der *Canon EOS 500D* umzugehen, wurden die Bilder vor der Verwendung in das TIFF Format umgewandelt. Hierzu kam die, von *Canon* entwickelte, Software *Digital Photo Professional*⁴ zur Anwendung, die speziell für die schnelle Verarbeitung von RAW Dateien dient. Es wurde darauf geachtet, dass bei der Umwandlung die Bildinformationen nicht verfälscht wurden.

Die Visualisierung der Messergebnisse, die in dieser Arbeit abgebildet

²<http://java.com/de/>

³<http://rsbweb.nih.gov/ij/>

⁴<http://www.canon-europe.com/support/software/dpp/>

sind, erfolgte über die Software *Mathematica*⁵. Die Farbraumtransformation, sowie die Fehlerfunktionen wurden ebenfalls in Java umgesetzt. Die Formeln für die Umwandlung wurden hierbei aus [4, 15, 17] entnommen. Selbiges gilt für die Optimierung, wo eine fertige Implementierung zum Einsatz kam, bei der lediglich die zu optimierende Funktion überschrieben werden musste.

Um das Finden der Startparameter zu erleichtern, wurde eine 3D Visualisierung für die Farbräume entwickelt, die es ermöglichte den Ausgangsfarbraum in Echtzeit über Befehle in einem Textdokument zu verändern. Dies erlaubte eine schnelle Anpassung der Parameter, wobei sofort Feedback zur Ausdehnung des Farbraums erhalten wurde. Darüber hinaus wurden die von der Optimierung berechneten Parameter automatisch in ein Format gespeichert, mit dem die Visualisierung umzugehen wusste. Dadurch konnte sofort manuell festgestellt werden, ob eine errechnete Transformation den Farbraum unbrauchbar macht. Die Implementierung dieser Visualisierung erfolgte in C++, um die große Anzahl an Messdaten flüssig und in Echtzeit anzeigen zu können. Dies wäre mit *Mathematica* nicht möglich gewesen, da die Software die Datenmengen nicht schnell genug verarbeiten konnte. Der komplette Quellcode aller Programme findet sich auf der beiliegenden CD.

5.5 Ergebnisse

Nachfolgend werden die Ergebnisse aufgelistet, die mit der Optimierung erreicht wurden. Große Hoffnungen wurden hierbei in die logistische Funktion aus 5.16 gesetzt, da diese in der Lage ist, s-förmige Krümmungen auszugleichen. Es zeigte sich jedoch, dass die Ergebnisse hinter jenen zurückblieben, die mit der Gammafunktion aus 5.9 erreicht wurden. Auch eine Kombination beider nicht-linearer Funktionen führte zu keiner Verbesserung der Ergebnisse. Darüber hinaus bewirkte eine Translation beziehungsweise Rotation nur vor einer logistischen Funktion eine Verbesserung. Die Ergebnisse der Gammafunktion konnten nicht signifikant beeinflusst werden. Die besten Ergebnisse, die mit diesem Ansatz gefunden wurden, sind in Tabelle 5.1 im Vergleich zu linearem RGB und CIE-XYZ dargestellt. Weiters sind die in Kapitel 3 gemessenen Farbübergänge in Abbildung 5.10 zu sehen. Es ist eine Verbesserung der Ergebnisse von linearem RGB um 7.0% zu erkennen, wobei CIE-LUV weiterhin die besten Resultate liefert. Wie bereits erwähnt, kann es durch die Verwendung vom CIE-LUV zu nicht definierten Farben im RGB Raum kommen, was für \mathcal{S}^r nicht der Fall ist.

Es gilt zu beachten, dass bei einer Verzerrung, die zu einer Verbesserung von $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ führt, Kompromisse eingegangen werden müssen. Wie in Tabelle 5.2 zu sehen ist, bewirkt eine Transformation, die, für den gesamten Farbraum betrachtet, bessere Ergebnisse liefert, für bestimmte Übergänge eine Verschlechterung. Es zeigt sich, dass eine Verbesserung al-

⁵<http://www.wolfram.com/mathematica/>

Farbraum	$F_d(\mathcal{S})$	$F_e(\mathcal{S})$
lineares RGB	0.015091	0.051631
CIE-LUV	0.012713	0.044293
\mathcal{S}^r	0.013865	0.047843

Tabelle 5.1: Hier sind die Ergebnisse der Fehlerfunktionen von \mathcal{S}^r gegenüber linearem RGB und CIE-LUV dargestellt. Die hier gezeigten Werte wurden mit einer Transformation erreicht, die alle Voraussetzungen aus Abschnitt 5.1 erfüllt.

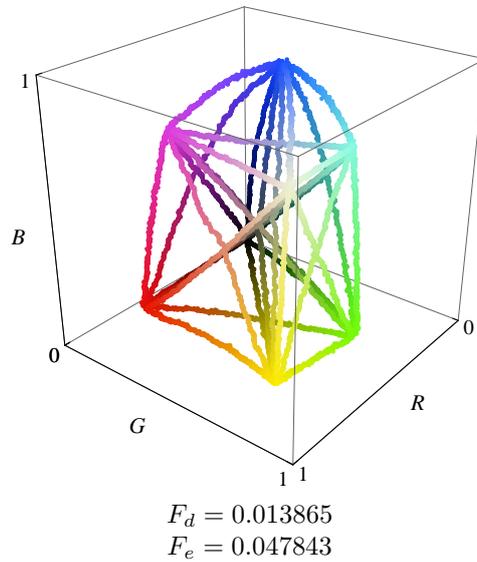


Abbildung 5.10: Die Messungen aus Kapitel 3 dargestellt im neuen Farbraum \mathcal{S}^r nach der Transformation aus Gleichung 5.34. Die starken Einschränkungen aus Abschnitt 5.1 lassen keine größeren Verbesserungen mit diesem Ansatz zu.

ler Farbübergänge mit der hier vorgestellten Methode nicht möglich ist. Die Transformation von linearem RGB zu \mathcal{S}^r erfolgt durch

$$\begin{pmatrix} x^r \\ y^r \\ z^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\gamma,d}(x^o) \\ f_{\gamma,d}(y^o) \\ f_{\gamma,d}(z^o) \end{pmatrix}, \quad (5.34)$$

wobei $f_{\gamma,d}$ der Gleichung aus 5.9 mit

$$\gamma = 0.767 \quad \text{und} \quad d = 0.001 \quad (5.35)$$

Run	lineares RGB		\mathcal{S}^r	
	$F_d(\mathbf{C}_i)$	$F_e(\mathbf{C}_i)$	$F_d(\mathbf{C}_i)$	$F_e(\mathbf{C}_i)$
1	0.021332	0.075065	0.010964	0.040078
2	0.015028	0.047044	0.028805	0.093485
3	0.017127	0.059549	0.015954	0.055824
4	0.007803	0.027099	0.008388	0.028156
5	0.024552	0.081418	0.016363	0.055563
6	0.001686	0.005529	0.004284	0.014188
7	0.016471	0.054363	0.013746	0.046409
8	0.019143	0.065694	0.012737	0.044329
9	0.014102	0.046085	0.022620	0.075655
10	0.009411	0.036433	0.008581	0.032846
11	0.028379	0.095907	0.013835	0.046351
12	0.012155	0.040688	0.012681	0.043331
13	0.013177	0.044503	0.015962	0.053953
14	0.011840	0.038659	0.009453	0.031529
15	0.015790	0.054953	0.014966	0.053345
16	0.017609	0.061212	0.018100	0.061450
17	0.028524	0.098867	0.025485	0.088525
18	0.020032	0.069611	0.019714	0.069847
19	0.013793	0.044472	0.019754	0.065563
20	0.013840	0.049455	0.012160	0.044848
21	0.004962	0.017507	0.008658	0.030757
22	0.032197	0.108081	0.015865	0.053997
23	0.016916	0.057684	0.008945	0.029822
24	0.002398	0.008659	0.002741	0.009519
25	0.012159	0.039493	0.008997	0.029689
26	0.014742	0.051064	0.013748	0.049017
27	0.029322	0.103034	0.023419	0.082954
28	0.008394	0.027172	0.010266	0.033458
29	0.026857	0.093644	0.024289	0.085493
30	0.006723	0.023629	0.007514	0.026302
31	0.018598	0.059951	0.021153	0.070000
32	0.018290	0.067338	0.017092	0.063070
33	0.013868	0.048043	0.016742	0.058987
34	0.006007	0.020357	0.005449	0.019209
35	0.005398	0.020177	0.005344	0.019254
36	0.004643	0.016286	0.004369	0.015563
gesamt	0.051631	0.015091	0.047843	0.013865

Tabelle 5.2: Hier ist die Veränderung der Resultate für die einzelnen Runs durch die Farbraumtransformation aus Gleichung 5.34 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich zwar die Fehlerwerte global verbessern, einzelne Übergänge jedoch schlechtere Ergebnisse liefern. Es zeigte sich, dass eine gleichzeitige Verbesserung aller Übergänge mit dem hier vorgestellten Ansatz nicht möglich ist.

Farbraum	$F_d(\mathcal{S})$	$F_e(\mathcal{S})$
lineares RGB	0.015091	0.051631
CIE-LUV	0.012713	0.044293
\mathcal{S}^r	0.013399	0.046040

Tabelle 5.3: Hier sind die Ergebnisse der Fehlerfunktionen von \mathcal{S}^r gegenüber linearem RGB und CIE-LUV dargestellt. Im Gegensatz zu den Resultaten, die in Tabelle 5.1 gezeigt sind, wurde bei der hier angewendeten Transformation auf die Erhaltung eines geraden Übergangs von Schwarz auf Weiß verzichtet, um bessere Ergebnisse für den Rest des Farbraums zu erzielen.

entspricht. Die Rückrechnung in lineares RGB erfolgt durch

$$\begin{pmatrix} x^o \\ y^o \\ z^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\gamma,d}^{-1}(x^r) \\ f_{\gamma,d}^{-1}(y^r) \\ f_{\gamma,d}^{-1}(z^r) \end{pmatrix}. \quad (5.36)$$

Die geringen Verbesserungen lassen sich auf die Einschränkungen der Transformationen, die aufgrund der gewünschten Eigenschaften des neuen Farbraums getroffen wurden, zurückführen. Aus diesem Grund wurde in Betracht gezogen, einen Kompromiss einzugehen und auf eine oder mehrere der Anforderungen zu verzichten. Auf die Konvexität des RGB Farbwürfels kann nicht verzichtet werden, da daraus resultierende, nicht definierte, Farben als inakzeptabel angesehen werden. Eine Eigenschaft, die umgangen werden kann, ist das Erhalten des geraden Übergangs zwischen Schwarz und Weiß. Dadurch kommt es beim Mischen dieser beiden zu Farbstichen, die für das menschliche Auge jedoch erst ab einem bestimmten Schwellenwert wahrnehmbar werden. Der Verzicht auf diese Eigenschaft erlaubt eine ungleichmäßige Translation der Farbwerte sowie die Anwendung unterschiedlicher nicht-linearer Funktionen auf die Farbkanäle. Auf eine ungleichmäßige Skalierung wurde weiterhin verzichtet, da diese zwar eine zusätzliche Verbesserung bringt, jedoch, wie in Abschnitt 4.4 erläutert, zu Problemen mit den Fehlerfunktionen führt. $F_d(\mathcal{S})$ und $F_e(\mathcal{S})$ zeigen hierbei eine Verschlechterungen beziehungsweise Verbesserung der Ergebnisse an, wo keine stattfindet. Die Ergebnisse dieser neuen Transformation sind in Tabelle 5.3, sowie Abbildung 5.11 dargestellt.

Abbildung 5.12 zeigt den RGB Farbwürfel im neuen Farbraum. Es ist zu erkennen, dass dieser konvex bleibt und somit undefinierte Farben bei der Umrechnung in RGB verhindert werden. Dies ist ein Vorteil von \mathcal{S}^r im Vergleich zu CIE-LUV.

Die Umrechnung führt zu einer Verbesserung gegenüber linearem RGB von 11%. Im Vergleich zu den vorhin gezeigten Ergebnissen ist eine Verbesserung um 3.5% zu verzeichnen. Doch ist auch dieser neue Farbraum nicht in der Lage, bessere Resultate zu erzielen als CIE-LUV. Wie erwartet kommt es

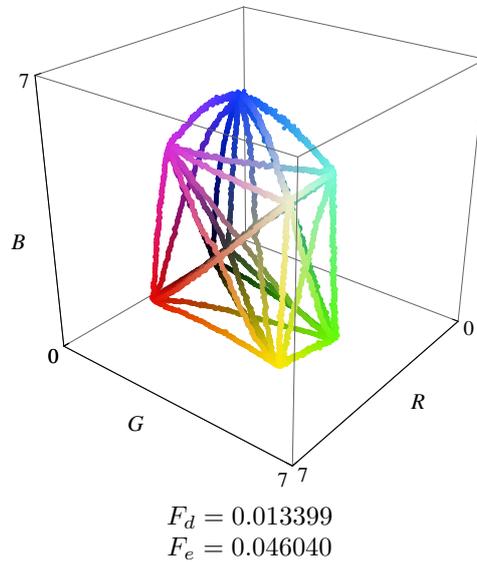


Abbildung 5.11: Hier sind die Messungen aus Kapitel 3 im neuen Farbraum \mathcal{S}^f nach der Transformation aus Gleichung 5.37 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Übergänge auch im neuen Farbraum stark gekrümmt sind. Mit dem hier gezeigten Ansatz ist, unter den gegebenen Eigenschaften, die der Farbraum erfüllen muss, jedoch keine stärkere Verbesserung möglich.

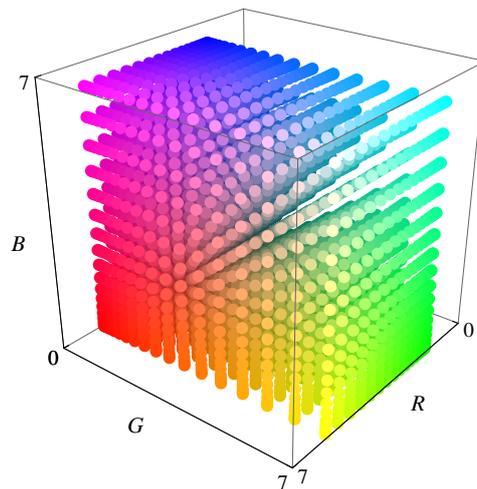


Abbildung 5.12: Diese Abbildung zeigt den RGB Farbwürfel im neuen Farbraum \mathcal{S}^r , aus Gleichung 5.37, dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Würfel konvex bleibt und es somit bei der Rückrechnung nach RGB nicht zu undefinierten Farben kommen kann.



Abbildung 5.13: Hier sind die Übergänge zwischen Schwarz und Weiß in linearem RGB sowie im neuen Farbraum \mathcal{S}^r dargestellt. Während leichte Verfärbungen des Übergangs messbar sind, bleiben sie für das menschliche Auge unsichtbar.

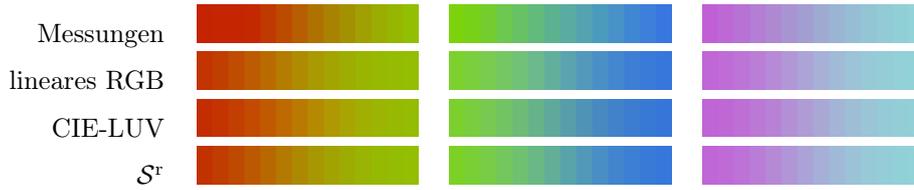


Abbildung 5.14: Hier werden ausgewählte Farbübergänge im neuen Farbraum \mathcal{S}^r gezeigt, wobei die Umrechnung von RGB nach \mathcal{S}^r mit Gleichung 5.37 erfolgte. Zum Vergleich sind die Übergänge in linearem RGB und CIE-LUV sowie die in Kapitel 3 gemessenen physikalischen Farbmischungen dargestellt.

in dieser Version des Farbraums zu Farbstichen beim Übergang von Schwarz auf Weiß. Es zeigte sich, dass diese zwar messbar, für das menschliche Auge jedoch nicht wahrnehmbar sind, wie in Abbildung 5.13 zu sehen. Abbildung 5.14 zeigt einige Farbübergänge in \mathcal{S}^r , im Vergleich zu anderen Farbräumen sowie den in Kapitel 3 gemessenen physikalischen Übergängen. Die Umrechnung in \mathcal{S}^r aus linearem RGB erfolgt über

$$\mathbf{c}^r = f_{\gamma,d}(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{c}^o). \quad (5.37)$$

\mathbf{Q} beinhaltet eine gleichmäßige Skalierung sowie eine ungleichmäßige Translation entlang der einzelnen Achsen. $f_{\gamma,d}$ entspricht der Gleichung aus 5.9. Für die einzelnen Farbkanäle ergibt sich somit

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.9215 & 0 & 0 & 1.7034 \\ 0 & 7.9215 & 0 & 0.0351 \\ 0 & 0 & 7.9215 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x^o \\ y^o \\ z^o \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

und

$$\begin{pmatrix} x^r \\ y^r \\ z^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\gamma_x,d}(\frac{x'}{h}) \\ f_{\gamma_y,d}(\frac{y'}{h}) \\ f_{\gamma_z,d}(\frac{z'}{h}) \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

mit

$$\gamma_x = 0.7670, \quad \gamma_y = 0.9315, \quad \gamma_z = 0.9004, \quad d = 0.001. \quad (5.40)$$

Die Rückrechnung in lineares RGB

$$\mathbf{c}^o = \mathbf{Q}^{-1} \cdot f_{\gamma,d}^{-1}(\mathbf{c}^r) \quad (5.41)$$

erfolgt über

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1262 & 0 & 0 & -0.2150 \\ 0 & 0.1262 & 0 & -0.0044 \\ 0 & 0 & 0.1262 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_{\gamma_x,d}^{-1}(x^r) \\ f_{\gamma_y,d}^{-1}(y^r) \\ f_{\gamma_z,d}^{-1}(z^r) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

und

$$\begin{pmatrix} x^o \\ y^o \\ z^o \end{pmatrix} = \frac{1}{h} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

mit

$$\gamma_x = 0.7670, \quad \gamma_y = 0.9315, \quad \gamma_z = 0.9004, \quad d = 0.001. \quad (5.44)$$

Somit ist es möglich Farbinformationen von RGB in den entzerrten Raum \mathcal{S}^r zu überführen, in dem lineare Filter Anwendung finden. Nach Beendigung dieser Bildoperationen werden die Daten zurück in den RGB Farbraum transformiert, um sie weiter zu verarbeiten.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Im Laufe der Arbeit wurde gezeigt, dass, trotz ständiger Forschung und Weiterentwicklung, aktuell verwendete Farbräume nicht für das Anwenden linearer Filter geeignet sind. Alle führen zu mehr oder weniger unnatürlichen Mischfarben. Ziel war die Entwicklung eines neuen Farbraums, der dieses Problem minimiert. Aufgrund mangelnder Vergleichsdaten wurde eine Methode entwickelt, die das Messen physikalischer Farbmischungen erlaubt. Hierbei wurde darauf geachtet, dass diese Experimente von subjektiven Wahrnehmungen unabhängig sind und bei gleichen Voraussetzungen identische Ergebnisse liefern. Obwohl die Messungen brauchbare Ergebnisse lieferten, lassen sie Platz für Verbesserungen. Ein kalibrierter Aufbau in einem Labor würde präzisere Daten liefern, die eine genauere Analyse der physikalischen Farbmischungen zulassen. Anhand der gemessenen Daten wurde eine Methode entworfen, um bestehende Farbräume vergleichbar zu machen. Hierzu wurden die Differenzen zwischen den physikalischen Mischfarben und jenen eines linearen Filters gemessen. Es zeigte sich, dass der colorimetrische CIE-LUV Farbraum, im Vergleich zum weitverbreiteten RGB System, qualitativ hochwertigere Ergebnisse liefert. Ähnlich wie bei der Farbmessung, lässt auch die Bewertung des Farbraums Platz für Verbesserungen.

Die so gewonnenen Informationen flossen in die Konzeption eines neuen Farbsystems, dessen Hauptaugenmerk auf der Verbesserung der Ergebnisse von linearen Filtern lag. Überlegungen wurden getroffen, welche Eigenschaften dieser Farbraum erfüllen muss und mit welchen Funktionen sich eine solche Verzerrung erreichen lässt. Es zeigte sich, dass die hier verwendeten Ansätze, aufgrund der starken Einschränkungen, nur bedingt zu Verbesserungen führen. Weiters führten die gezeigten Methoden zwar zu einer Verbesserung für den gesamten Farbraum, die Resultate einzelner Übergänge wurden hierdurch jedoch verschlechtert. Um eine weitere Steigerung der Qualität zu erreichen, wurde ein Kompromiss bezüglich einer der Eigenschaf-

ten des Farbraums getroffen. Es wurde darauf verzichtet, alle Grautöne auf einer geraden Linie zwischen Schwarz und Weiß zu halten. Die daraus resultierenden Farbstiche an Schwarz-Weiß Kanten sind zwar messbar, jedoch so gering, dass das menschliche Auge sie nicht wahrnimmt.

Ob ein solcher Farbraum überhaupt zum Einsatz kommen würde, hängt stark von den an ihn gestellten Erwartungen ab. Zeitkritische Systeme werden weiterhin auf das sRGB System zurückgreifen, da eine Umrechnung in einen andern Farbraum zu lange dauert. Soll das menschliche Sehverhalten berücksichtigt werden, so fällt die Wahl auf CIE-LAB oder CIE-LUV, die für diesen Zweck konzipiert wurden. Der hier vorgestellte Farbraum fällt in eine Nische. Wie erwähnt lassen sich mit CIE-LUV weiterhin bessere Ergebnisse erzielen. Jedoch kann es, aufgrund der Eigenschaften linearer Filter, bei der Rückrechnung nach RGB zu undefinierten Farben kommen, da der RGB Farbwürfel in CIE-LUV nicht konvex bleibt. Sollte dies inakzeptabel sein, bietet der neue Farbraum eine Zwischenlösung, da er, im Vergleich zu RGB bessere Ergebnisse liefert und gleichzeitig nicht definierte Farben verhindert.

Auch wenn der hier gezeigte Ansatz nicht die erhofften Ergebnisse erbracht hat, so wurden dennoch wichtige Erfahrungen gewonnen. Eine andere Art der Farbraumtransformation eröffnet eventuell die Möglichkeit, die gemessenen Übergangskurven stärker zu begradigen und somit zu natürlicheren Ergebnissen zu führen.

Quellenverzeichnis

Literatur

- [1] Manfred Brill. *Mathematik für Informatiker*. 2. Aufl. München: Hanser Verlag, 2005.
- [2] Wilhelm Burger. „Color Space Considerations for Linear Image Filtering“. In: 34th Annual Workshop of the Austrian Association for Pattern Recognition (AAPR). Zwettl, Austria, Mai 2010, S. 163–170.
- [3] Wilhelm Burger. „IM520 COMPUTER VISION – Supplementary Course Notes“. Englisch. FH-Hagenberg. 2010.
- [4] Wilhelm Burger und Mark Burge. *Digitale Bildverarbeitung – Eine Einführung mit Java und ImageJ*. 2. Aufl. Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- [5] Albert Fetzer und Heiner Fränkel. *Mathematik 2*. 5. Aufl. Heidelberg: Springer Verlag, 1999.
- [6] David A. Forsyth und Jean Ponce. *Computer Vision – A Modern Approach*. Prentice Hall, 2003.
- [7] Bruce Fraser. *Understanding Digital Raw Capture*. Whitepaper. San Jose, CA, 2004. URL: http://www.images.adobe.com/www.adobe.com/content/dam/Adobe/en/products/photoshop/pdfs/understanding_digital_rawcapture.pdf.
- [8] Dominic W. Jordan und Peter Smith. *Mathematische Methoden für die Praxis*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1996.
- [9] Erum A. Khan und Erik Reinhard. „A survey of color spaces for shadow identification“. In: *Proceedings of the 1st Symposium on Applied perception in graphics and visualization*. (Los Angeles, California). APGV '04. New York: ACM, 2004, S. 160–160.
- [10] Rastislav Lukac und Kanstantinos N. Plataniotis. *Color Image Processing – Methods and Applications*. Boca Raton: CRC Press, 2007.
- [11] David Lewis MacAdam. „Visual Sensitivities to Color Differences in Daylight“. In: *Journal of the Optical Society of America* 32.5 (Mai 1942), S. 247–273.

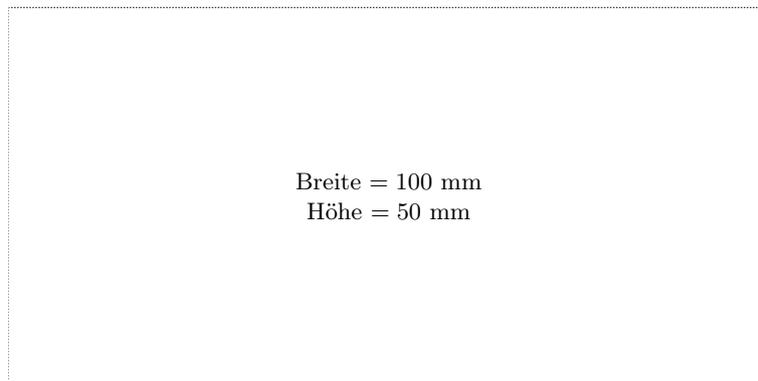
- [12] Donald W. Marquardt. „An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters“. In: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 11.2 (Juni 1963), S. 431–441.
- [13] Ján Morovič. *Color Gamut Mapping*. New Jersey: Wiley-IS&T, 2008.
- [14] Karl Pearson. „On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space“. In: *Philosophical Magazine* 2 (1901), S. 559–572.
- [15] Janos Schanda. *Colorimetry – Understanding the CIE System*. New York: Wiley-Interscience, 2007.
- [16] C. Tomasi und R. Manduchi. „Bilateral Filtering for Gray and Color Images“. In: *Proceedings of the Sixth International Conference on Computer Vision. ICCV '98*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1998, S. 839–846. URL: <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=938978.939190>.
- [17] Günther Wyszecki und W. S. Stiles. *Color Science – Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*. 2. Aufl. New York: Wiley-Interscience, 2000.

Online-Quellen

- [18] Michael Stokes und Matthew Anderson. *A Standard Default Color Space for the Internet – sRGB*. 1996. URL: <http://www.w3.org/Graphics/Color/sRGB.html>.

Messbox zur Druckkontrolle

— Druckgröße kontrollieren! —



— Diese Seite nach dem Druck entfernen! —